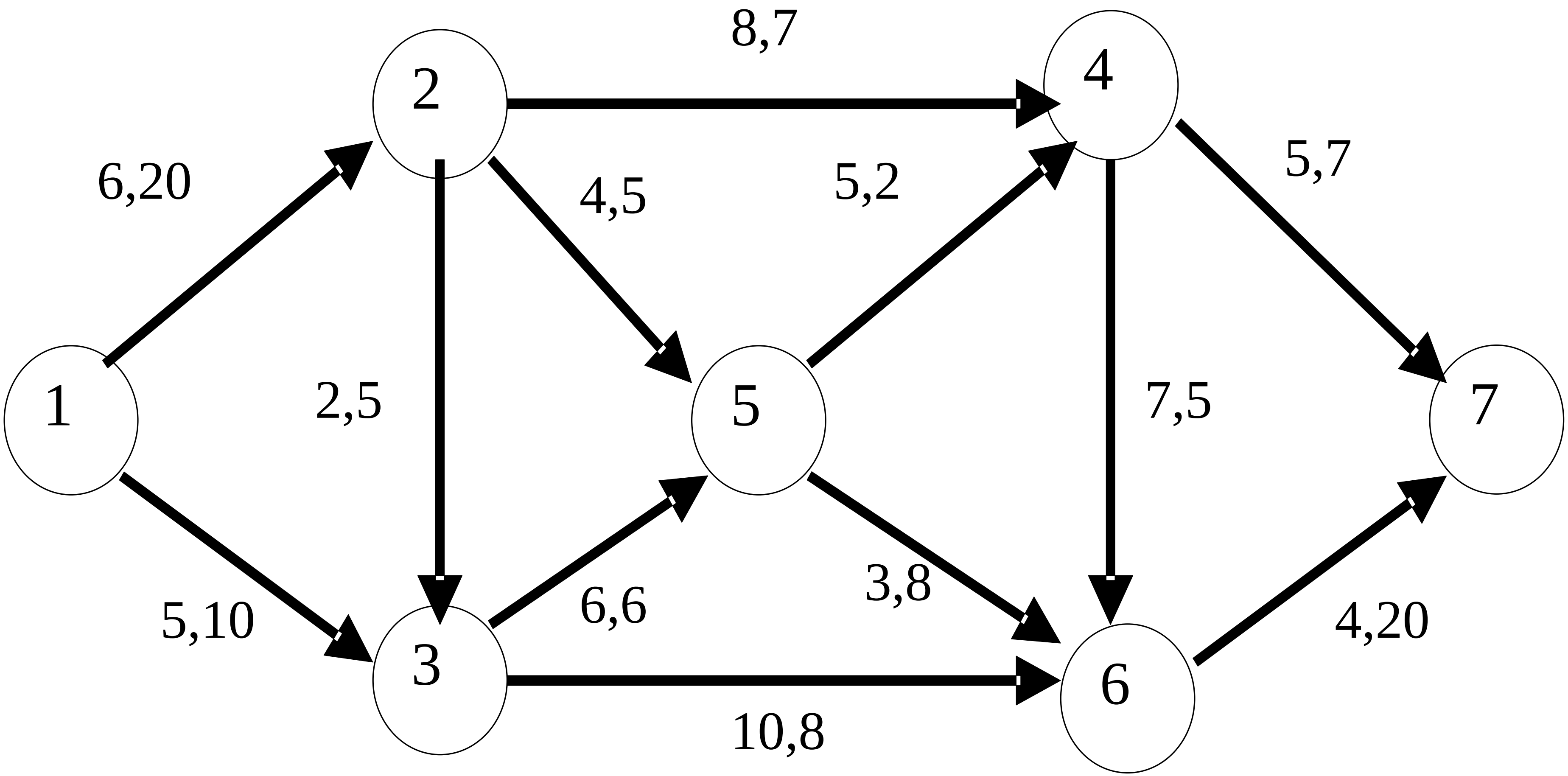

8,7
2
4
6,20
4,5
5,2
5,7
1
2,5
5
7,5
7
5,10
3
6,6
3,8
6
4,20
10,8

＜クラスカル法＞　J.B.Kruskal (1956)

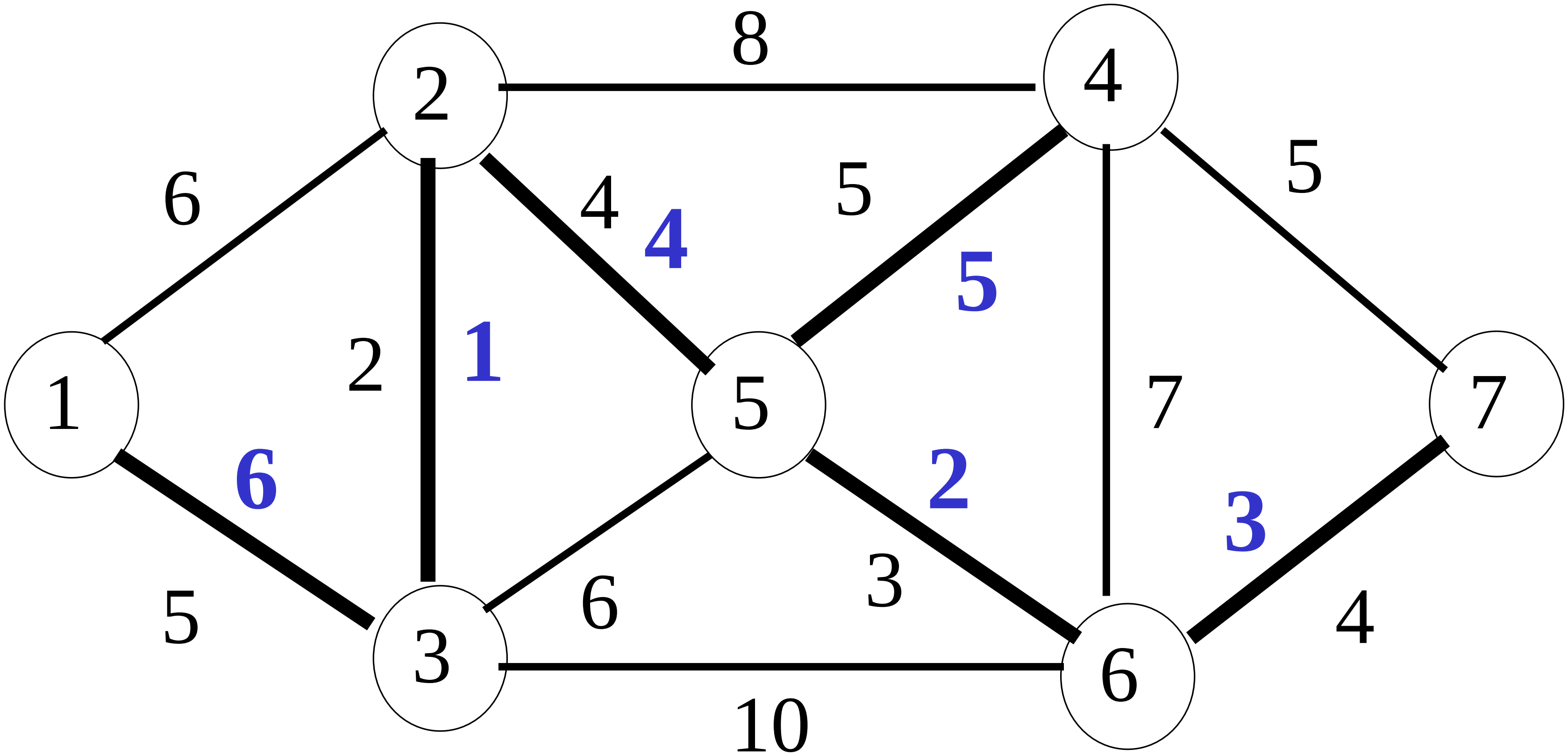
(0) グラフGの枝を短い順に並べ、$a_1 \leqq a_2 \leqq \cdots \leqq a_m$を満たすように枝$e_i$の番号（添字）を付けかえる.　T:＝$\{e_1\}$, k :＝2 とおく.

(1) 枝集合T∪$\{e_k\}$が閉路を含まないならば、T:＝T∪$\{e_k\}$とする.

(2) TがGの全域木になっていれば計算終了.
さもなければ k :＝k+1 としてステップ(1)へ.

欲張り法（Greedy Algorithm）

1. (1) 最小木



＜ダイクストラ法＞　E.Dijkstra (1959)

(0) $S := \varphi$,　$\overline{S} := V$,　$d(s) := 0$,

$d(i) := \infty \ (i \in V - \{s\})$とおく.

(1) $S = V$なら計算終了．そうでないなら,

$d(v) = \min\{d(i) \mid i \in \overline{S}\}$ である節点$v \in \overline{S}$を選ぶ.

(2) $S := S \cup \{v\}$,　$\overline{S} := \overline{S} - \{v\}$)とする.

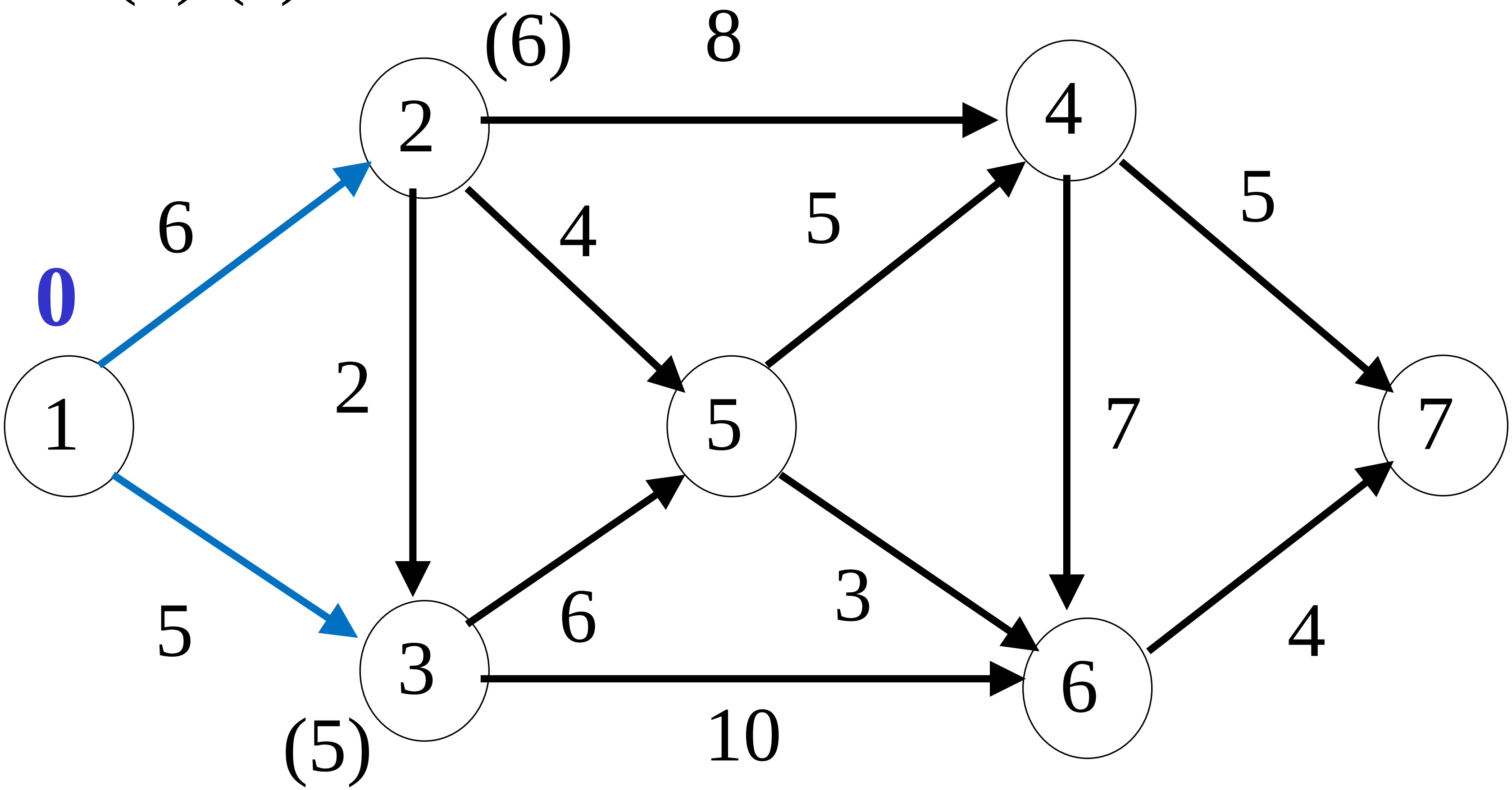
$d(j) > d(v) + a_{vj}$ ならば $d(j) := d(v) + a_{vj}$

$((v,j) \in E,\ j \in \overline{S})$

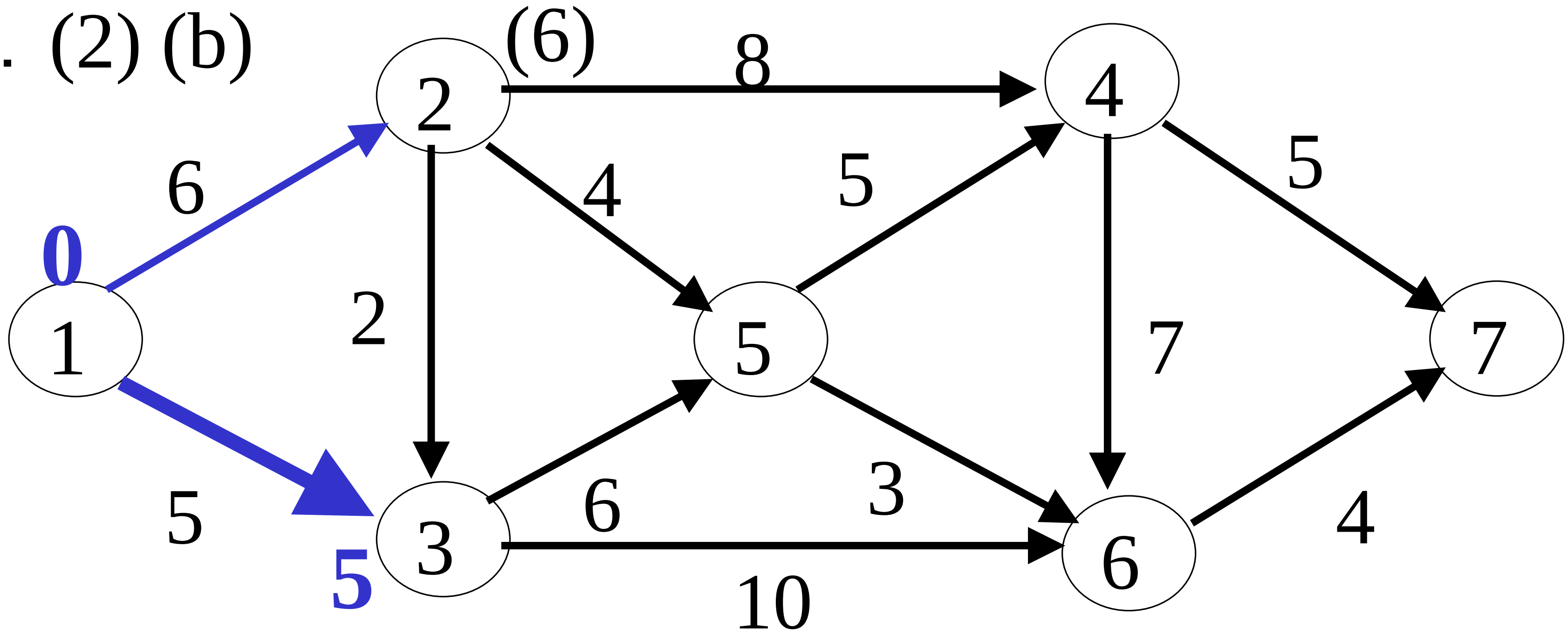
$p(j) := v$　とし, ステップ(1)へ.

1. (2) 最短路

1. (2) (a)

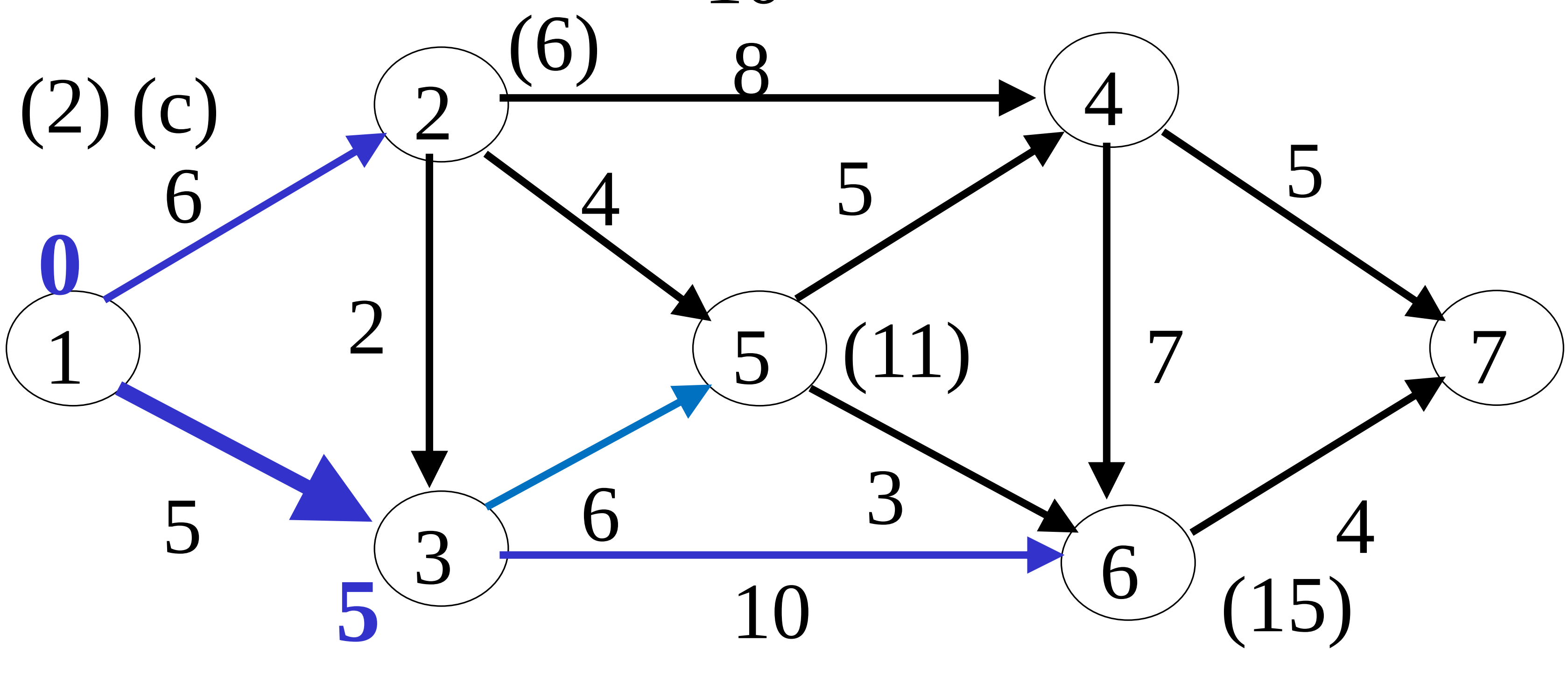


1. (2) (b)



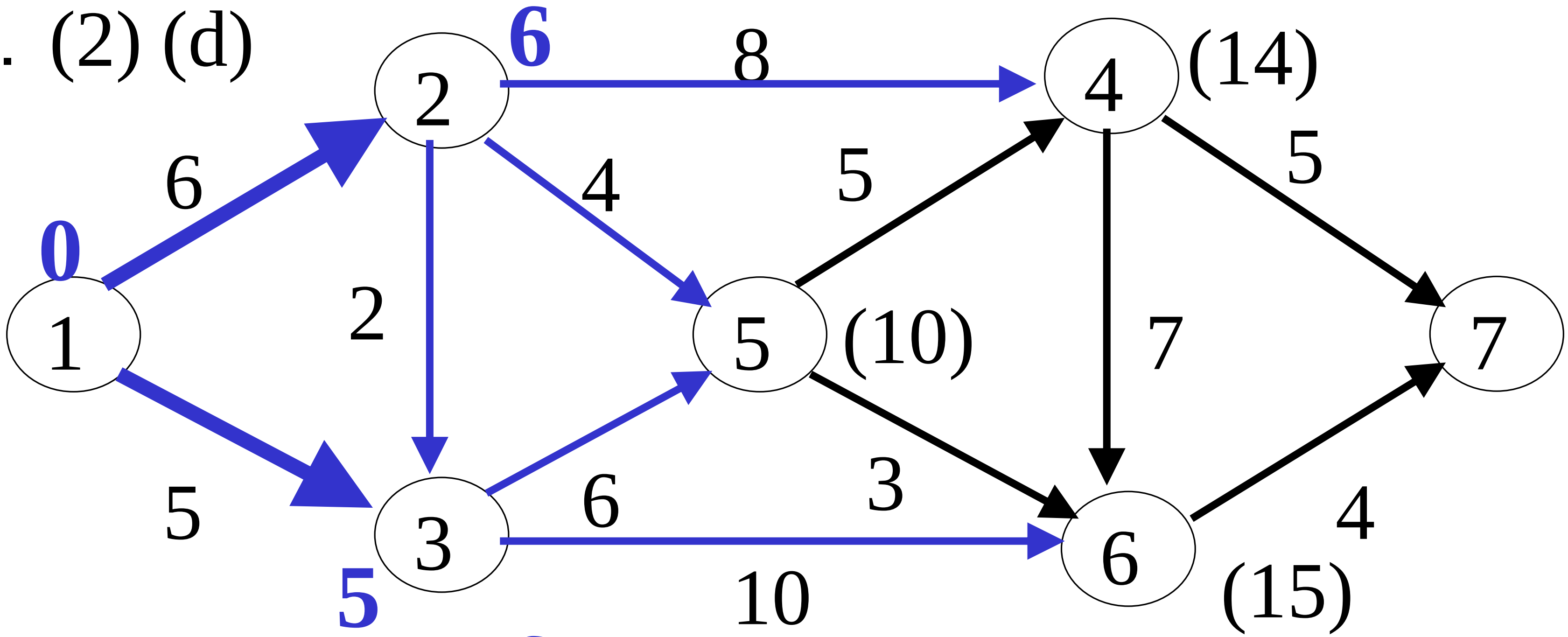
(6)
8
2
4
6
0
1
4
5
5
2
5
7
7
3
6
5
3
5
6
4
10

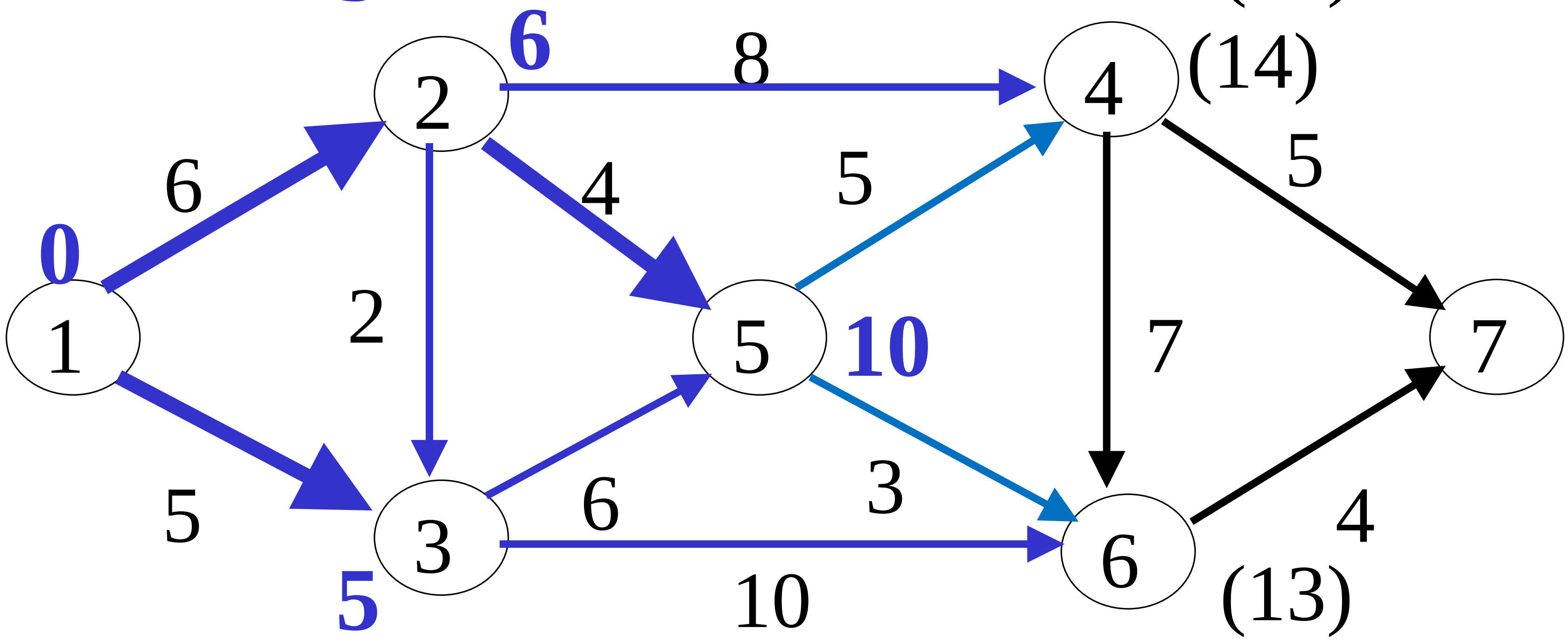
1. (2) (c)

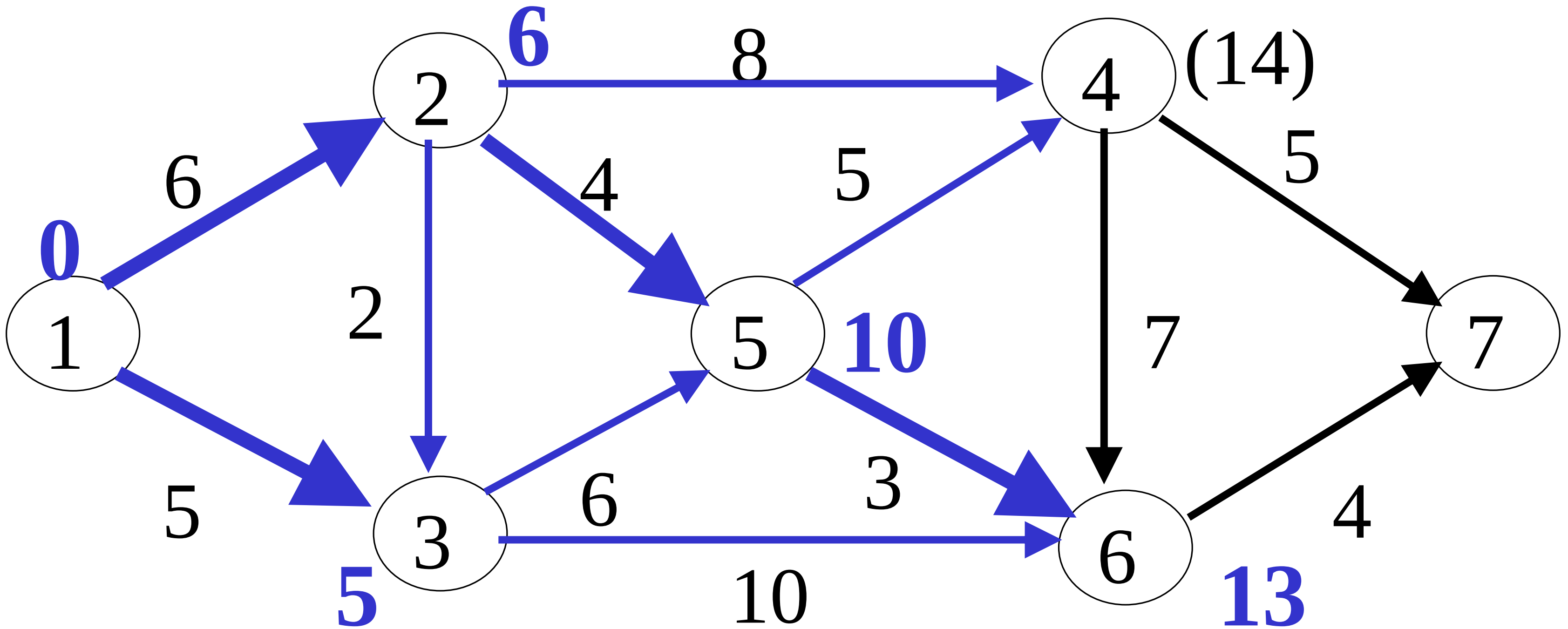


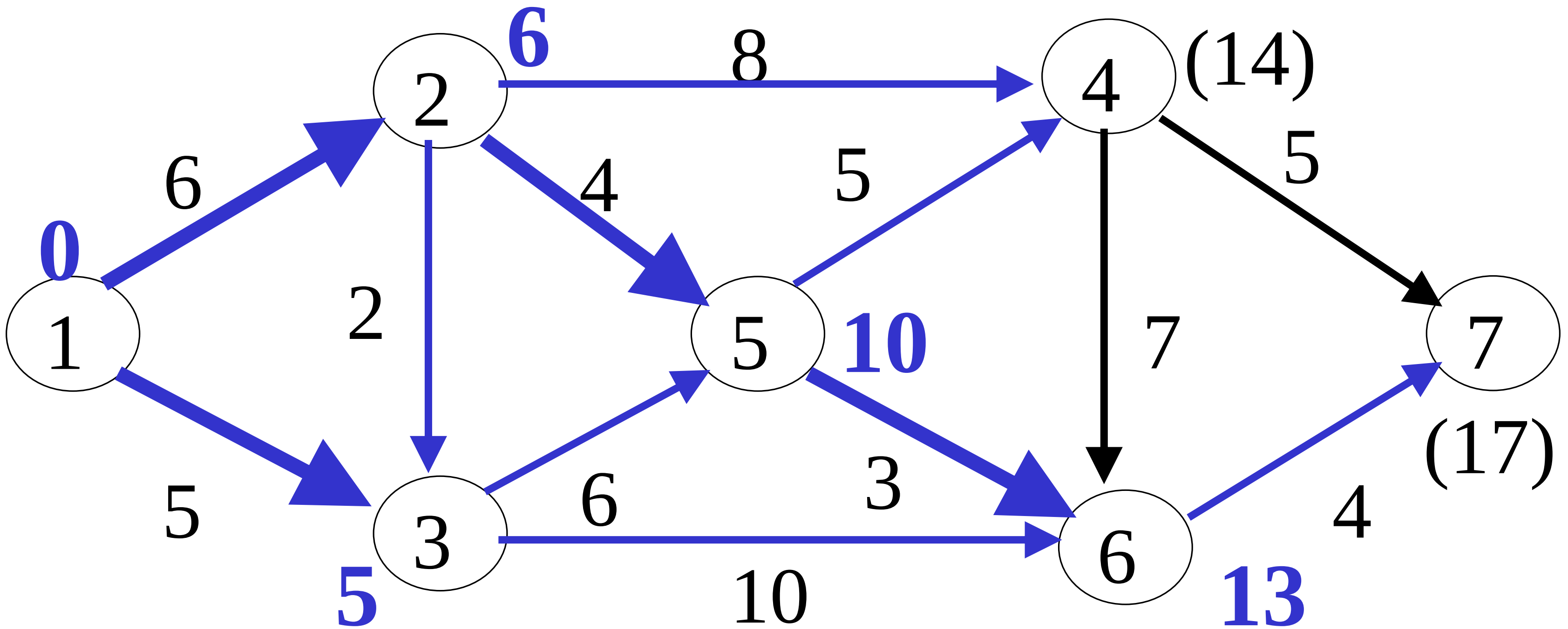
(6)
8
2
4
6
4
5
5
0
2
1
5
(11)
7
7
3
6
5
3
6
4
5
10
(15)

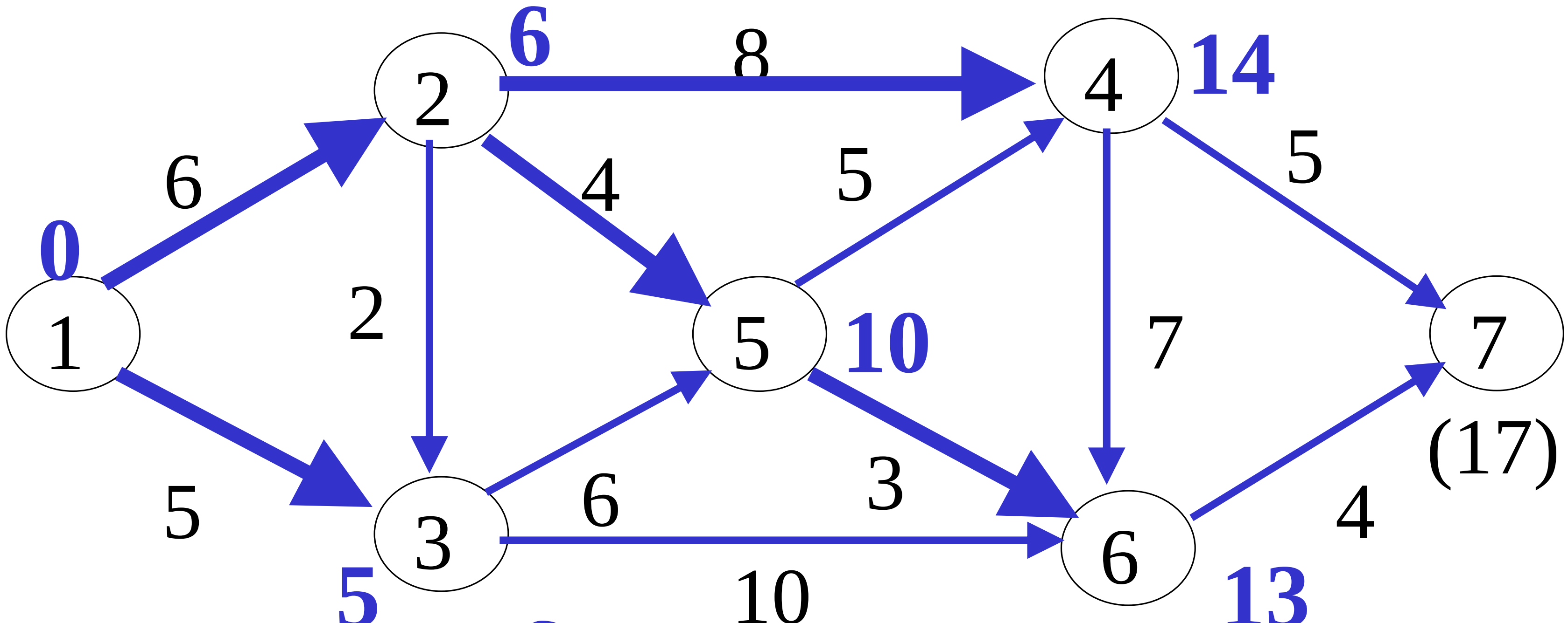
1. (2) (d)

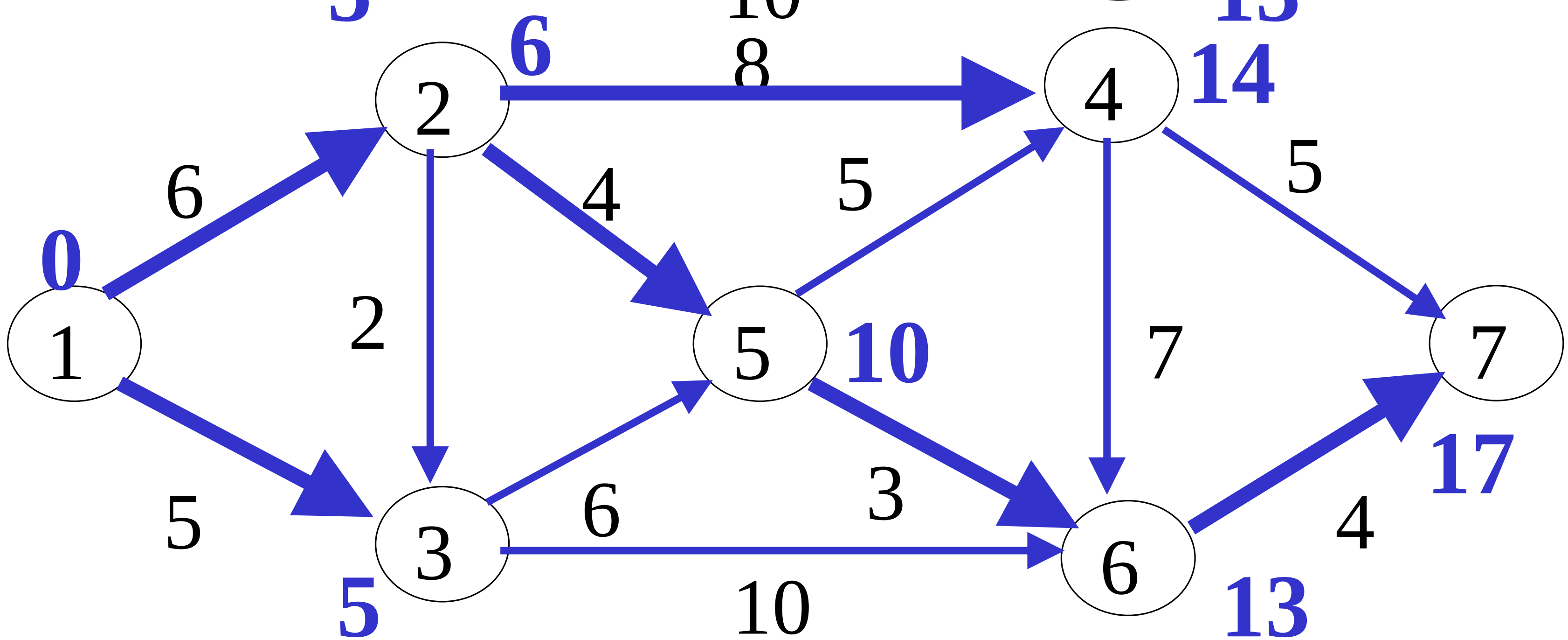

6
8
4
(14)
6
5
5
0
4
2
1
5
(10)
7
7
2
3
6
3
4
5
6
5
10
(15)


6
8
4
(14)
6
5
5
0
4
2
1
5
10
7
7
2
3
6
3
4
5
6
5
10
(13)

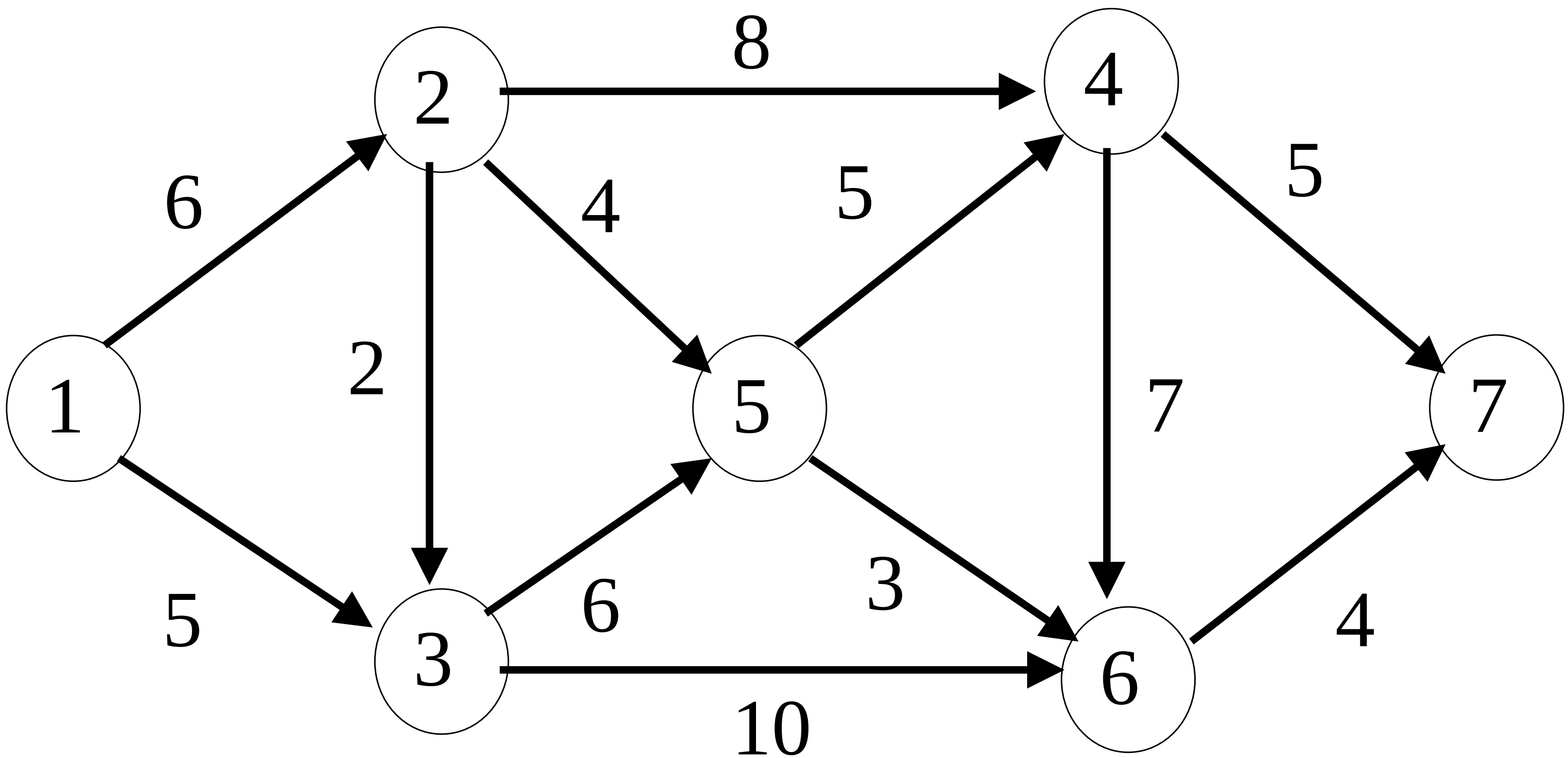

6
8
(14)
0
6
4
5
5
2
1
5
10
7
7
3
5
6
3
4
5
10
13
1
2
3
4
5
6
7


6
8
(14)
0
6
4
5
5
2
1
5
10
7
7
(17)
3
5
6
3
4
5
10
13
1
2
3
4
5
6
7

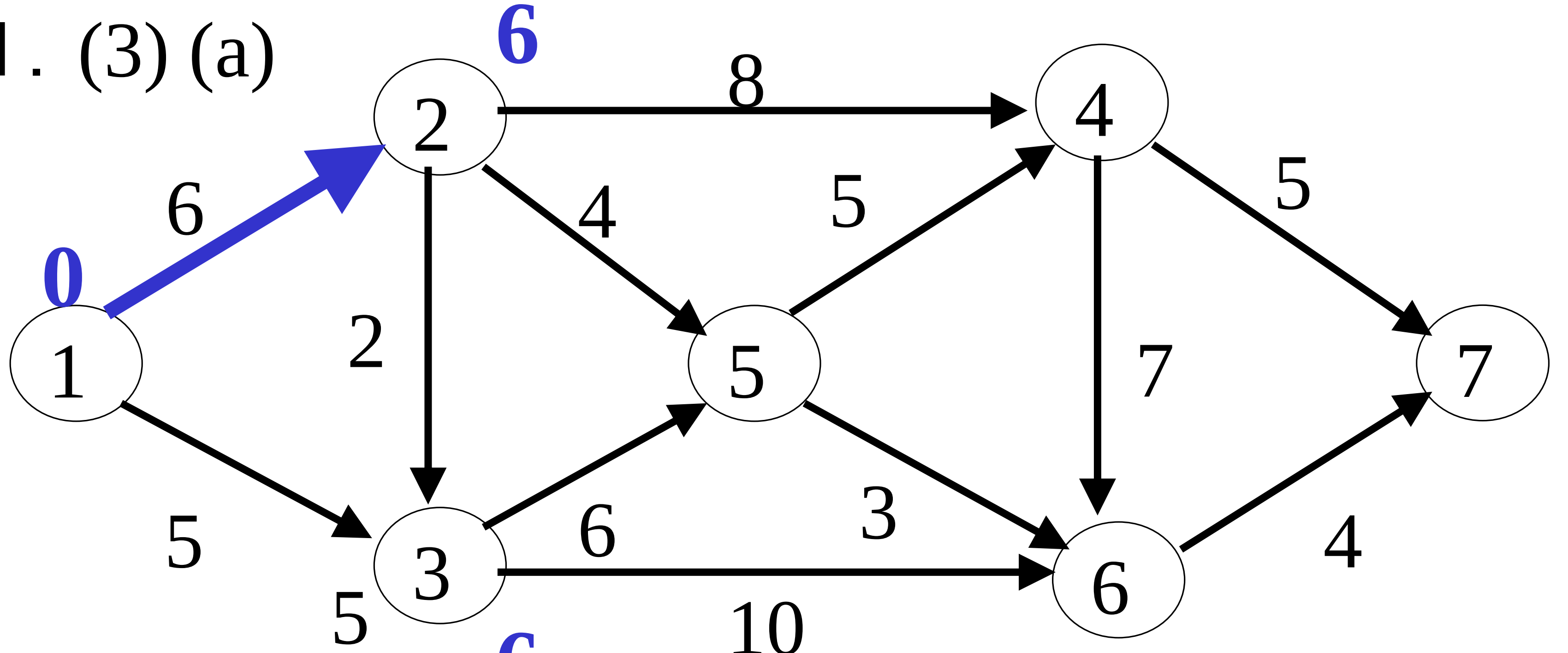

0
1
6
2
6
5
3
5
2
4
8
4
14
5
10
5
7
6
3
10
6
13
7
5
4
7
(17)


0
1
6
2
6
5
3
5
2
4
8
4
14
5
10
5
7
6
3
10
6
13
7
5
4
7
17

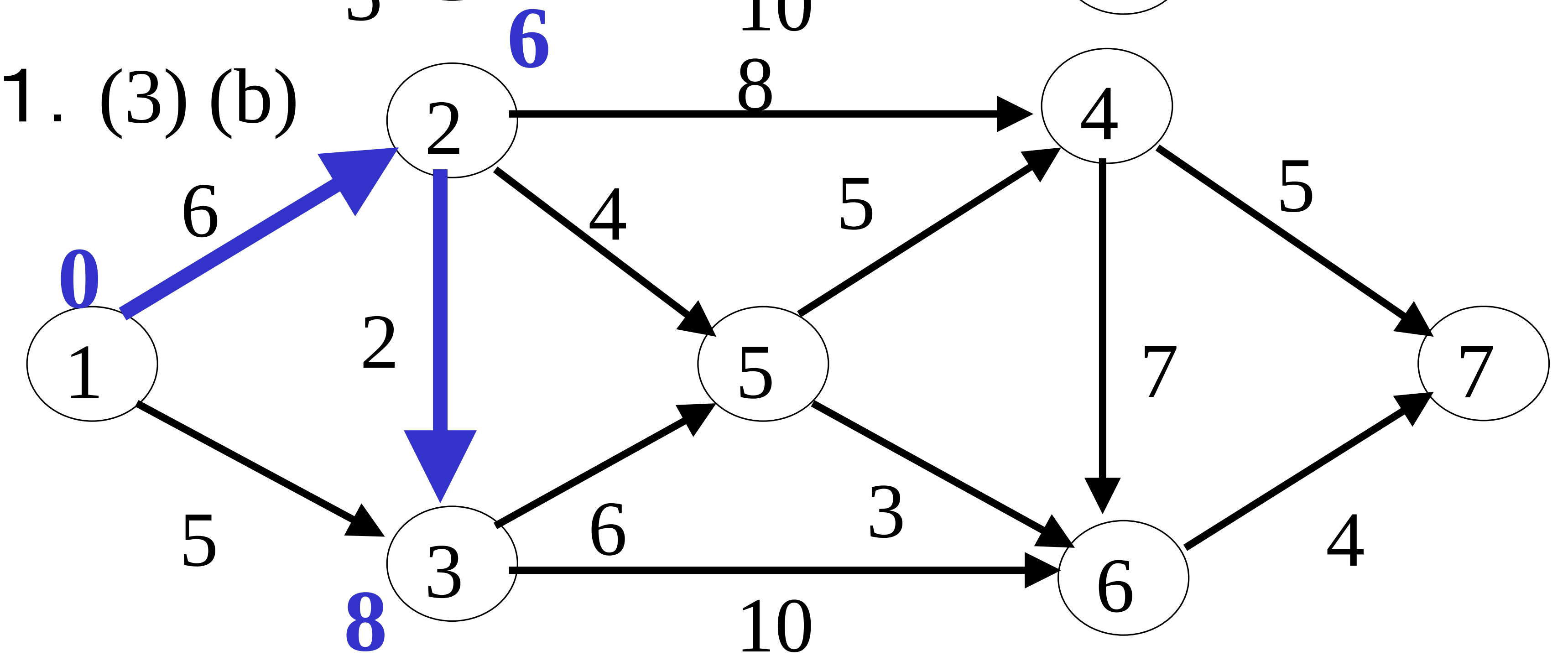
1. (3) 最長路



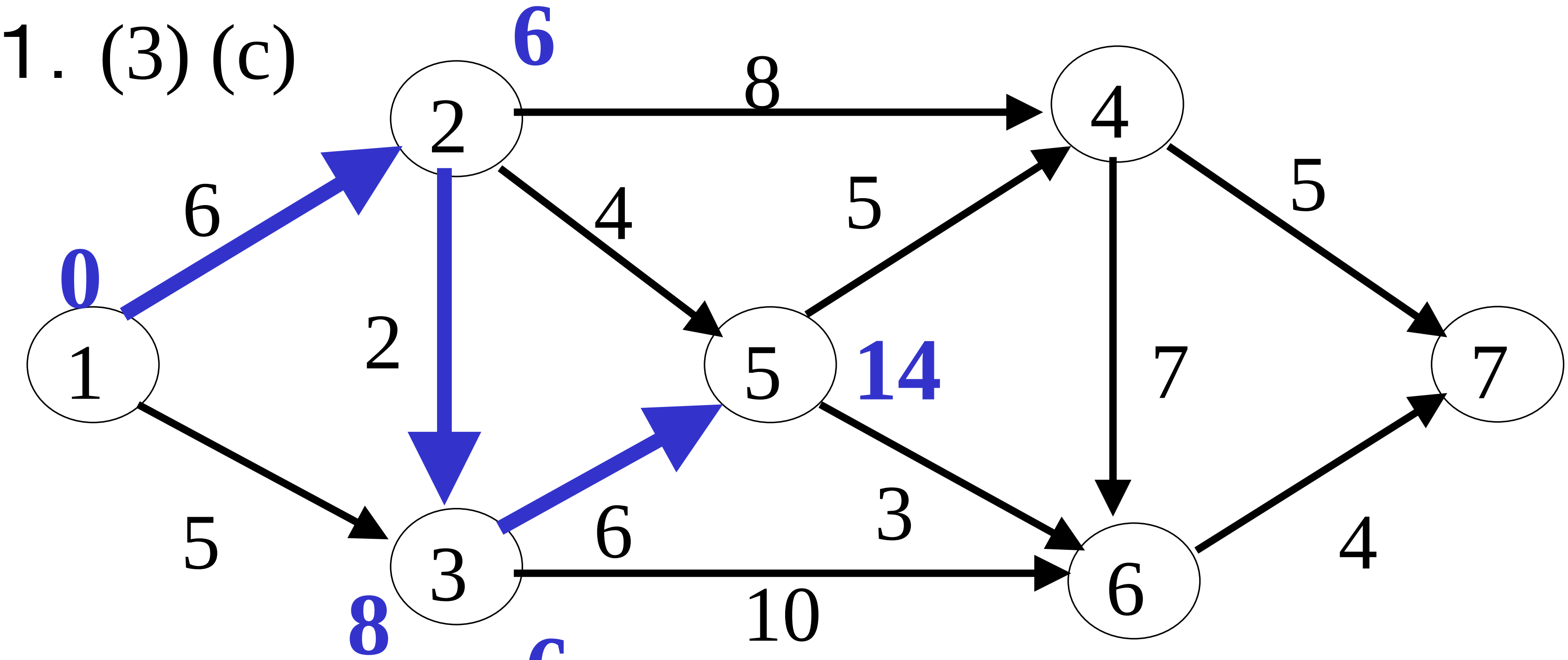
1. (3) (a)



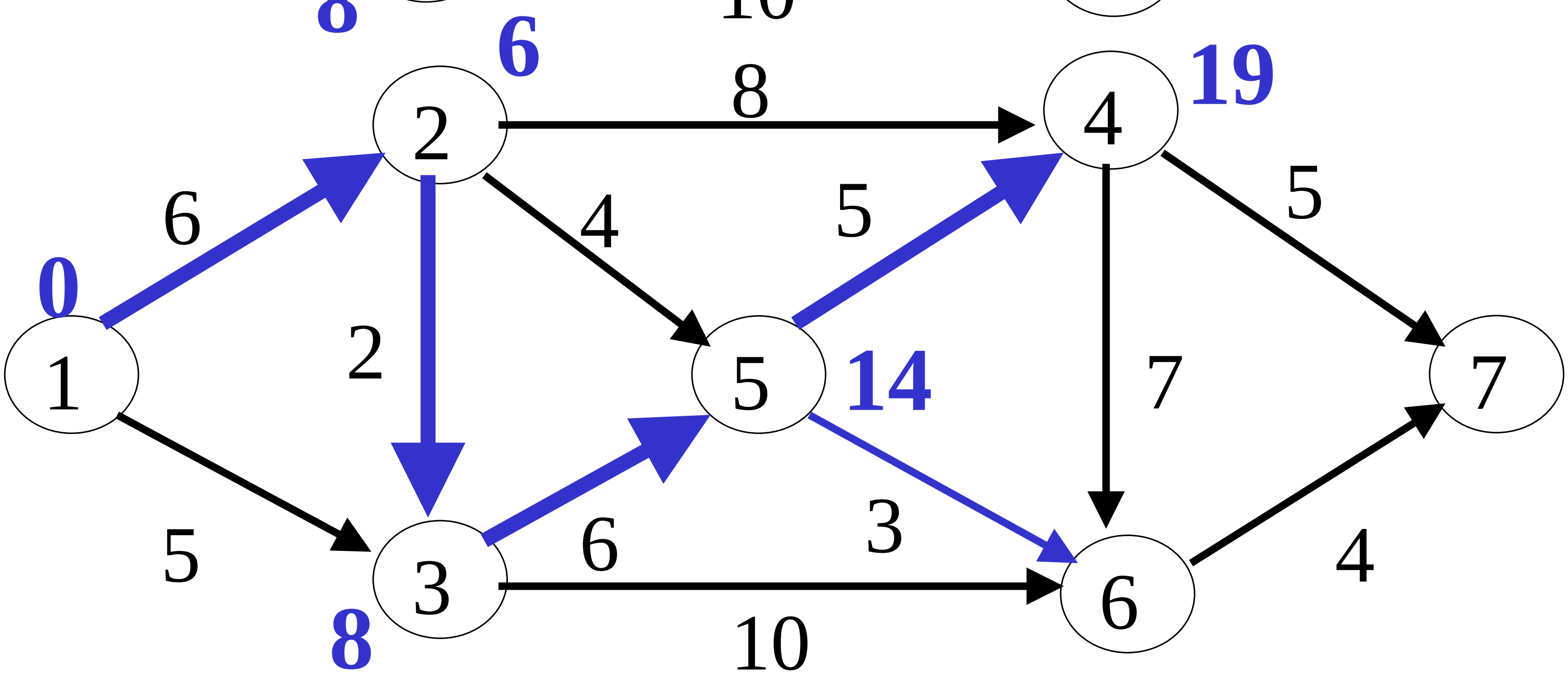
1. (3) (b)



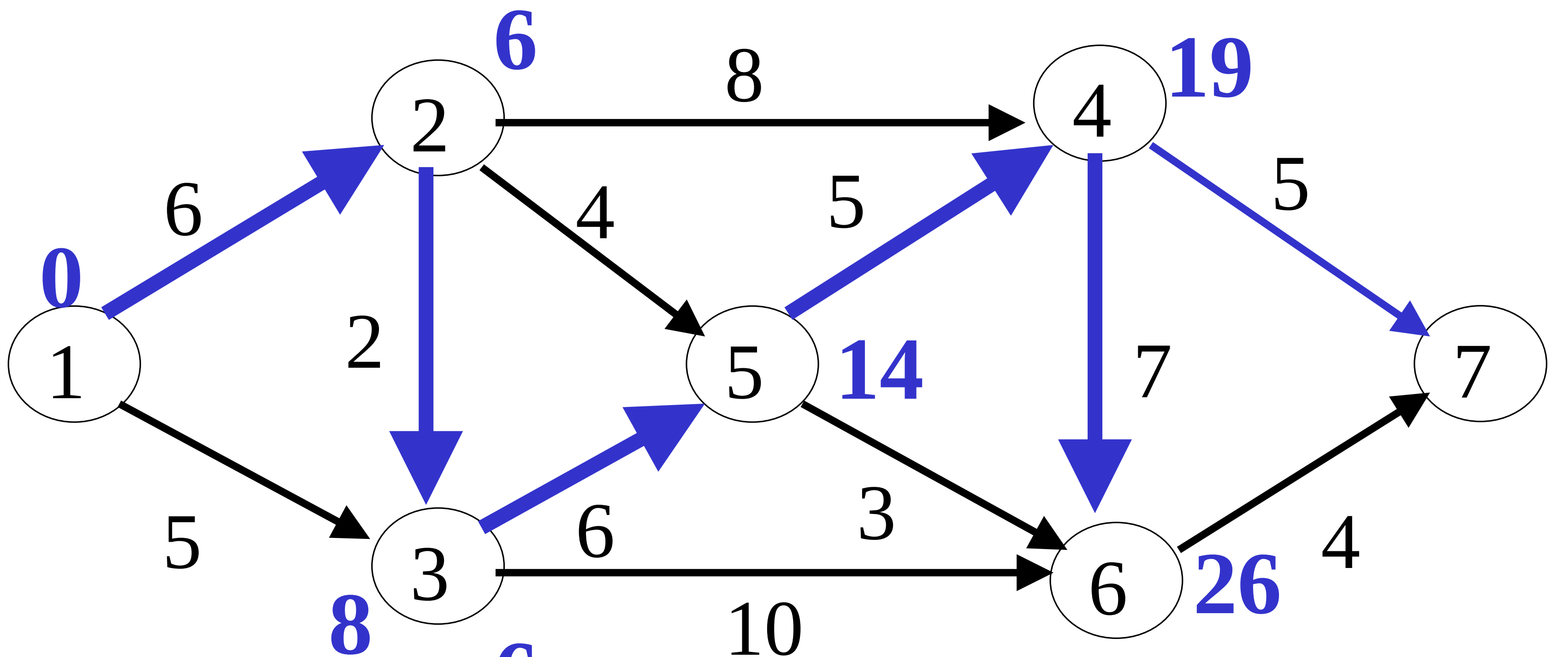
1. (3) (c)

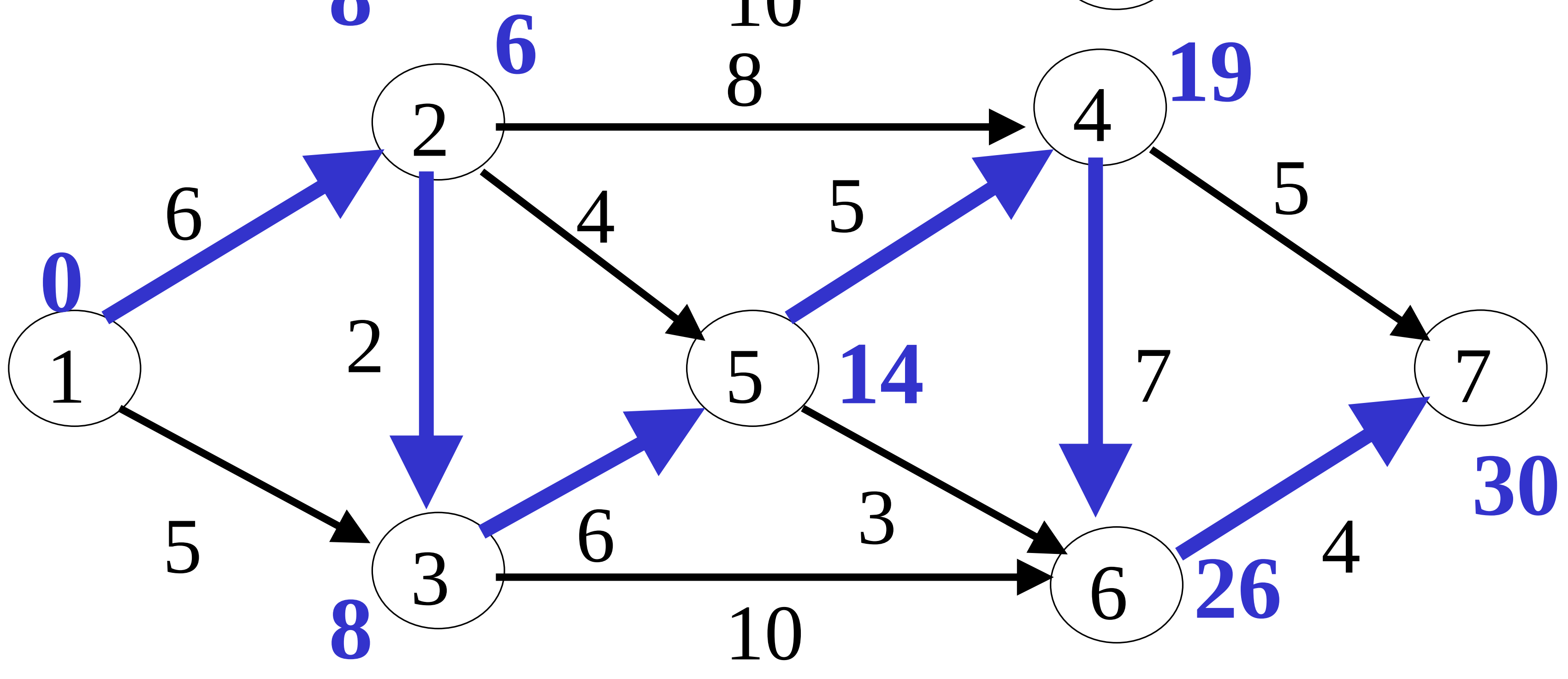


6
2
8
4
6
5
5
0
2
4
1
2
5
14
7
7
7
5
6
3
3
4
6
8
10



6
8
2
19
4
6
5
5
0
4
2
1
5
14
7
7
7
3
5
6
3
4
6
8
10


6
8
19
2
4
6
4
5
5
0
2
1
5
14
7
7
3
6
5
3
6
26
4
8
10


6
8
19
2
4
6
4
5
5
0
2
1
5
14
7
7
30
3
6
5
3
6
26
4
8
10

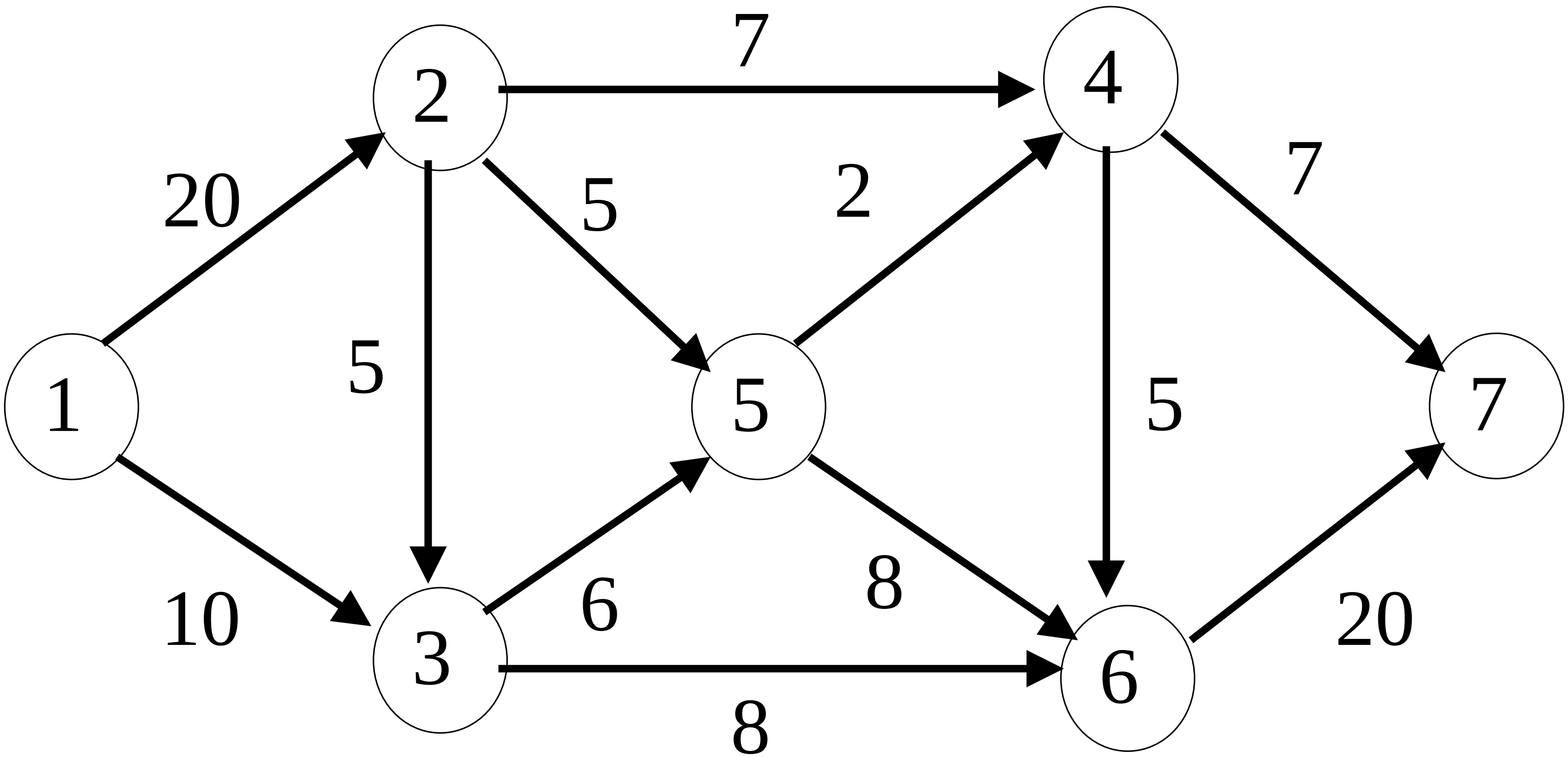
＜フロー増加法＞

(0) 適当な初期フロー$\boldsymbol{x}$を定める (例えば $x_{\mathrm{ij}}=0$)

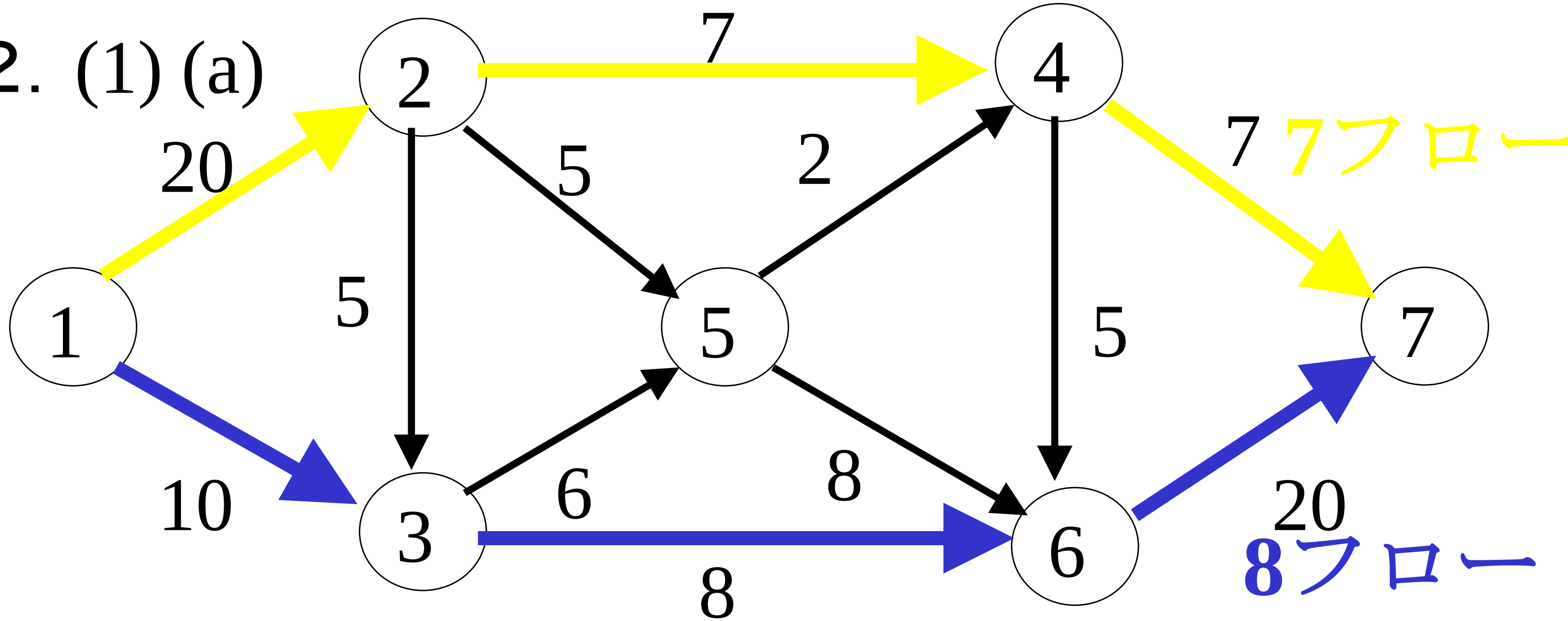
(1)フロー増加路を見つける.
存在しなければ計算終了.

(2)フロー増加路に沿って可能な限りフローを追加し, 新しいフロー$\boldsymbol{x}$を得る. ステップ(1)に戻る.

２. (1) 最大流

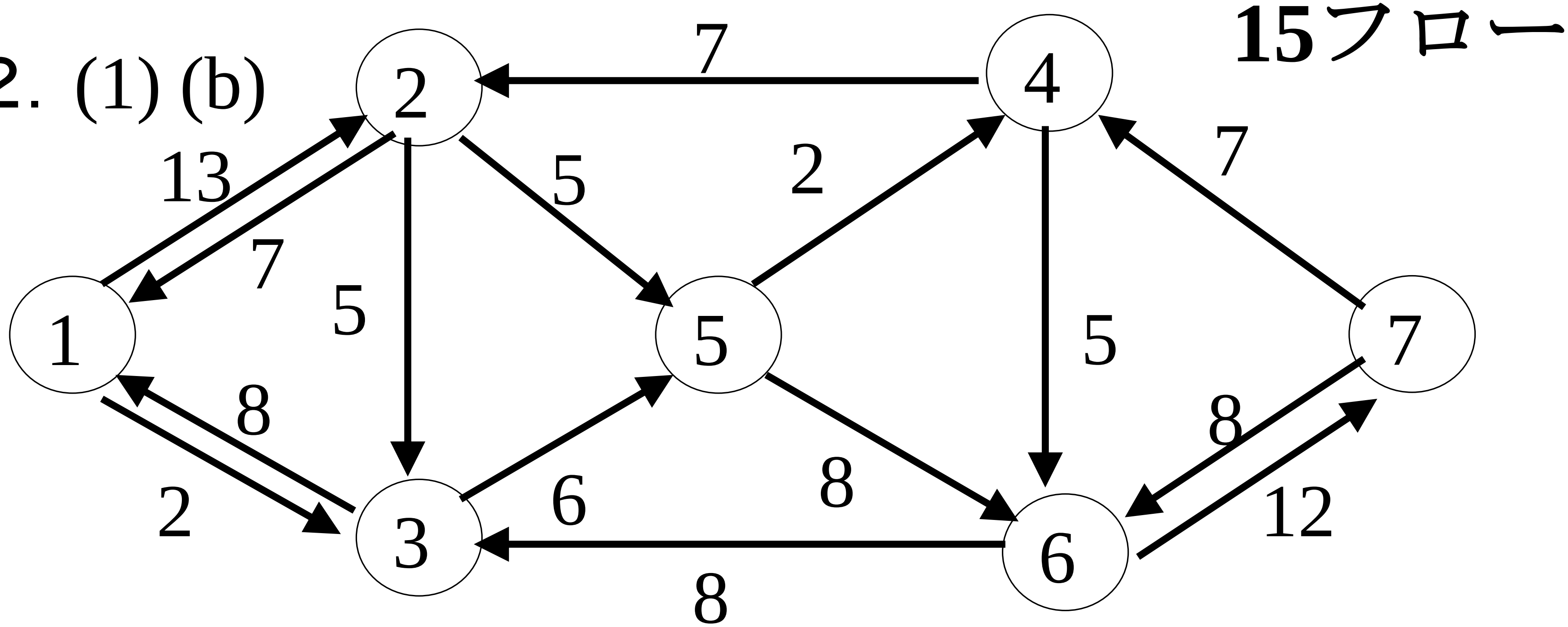


2. (1) (a)

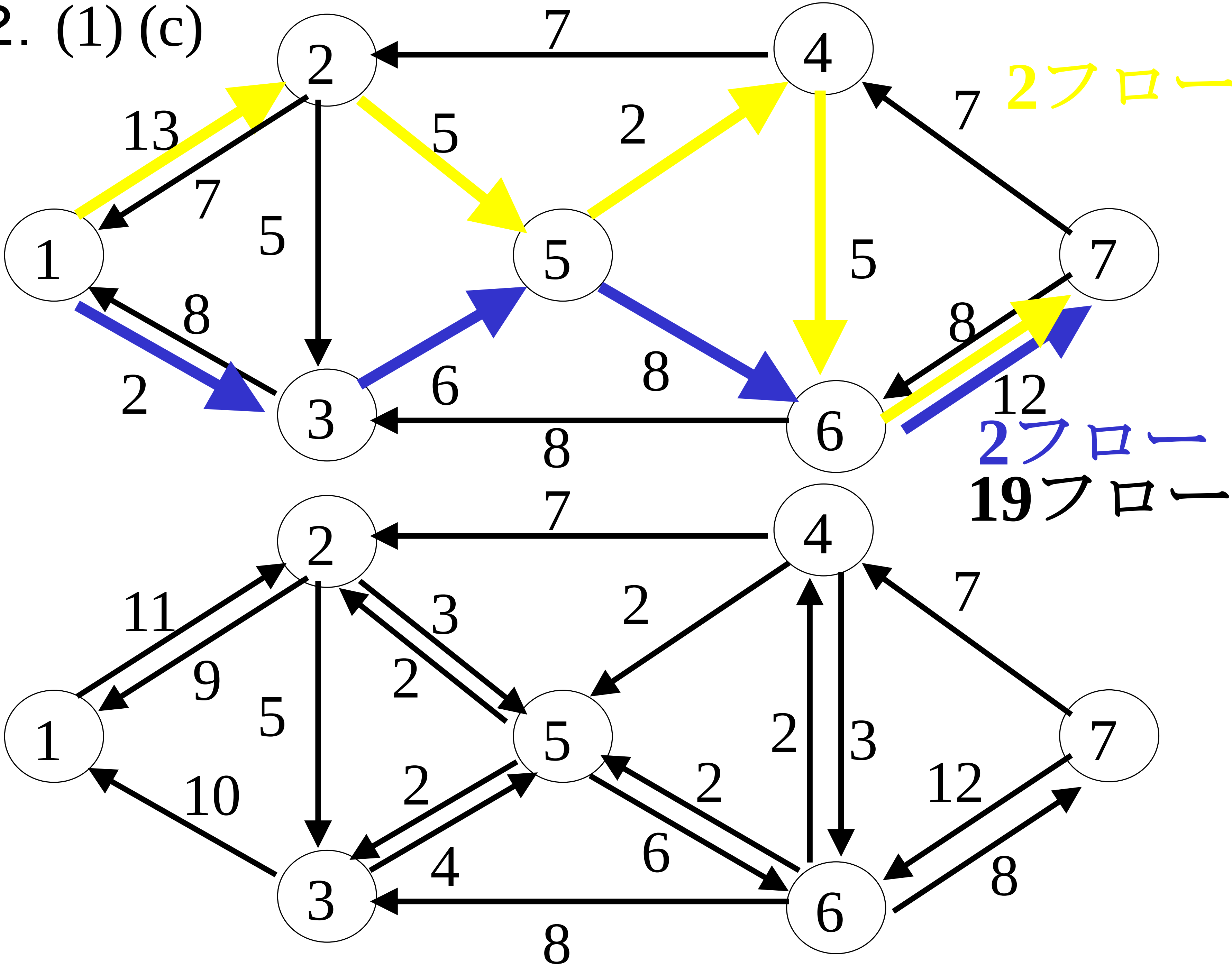


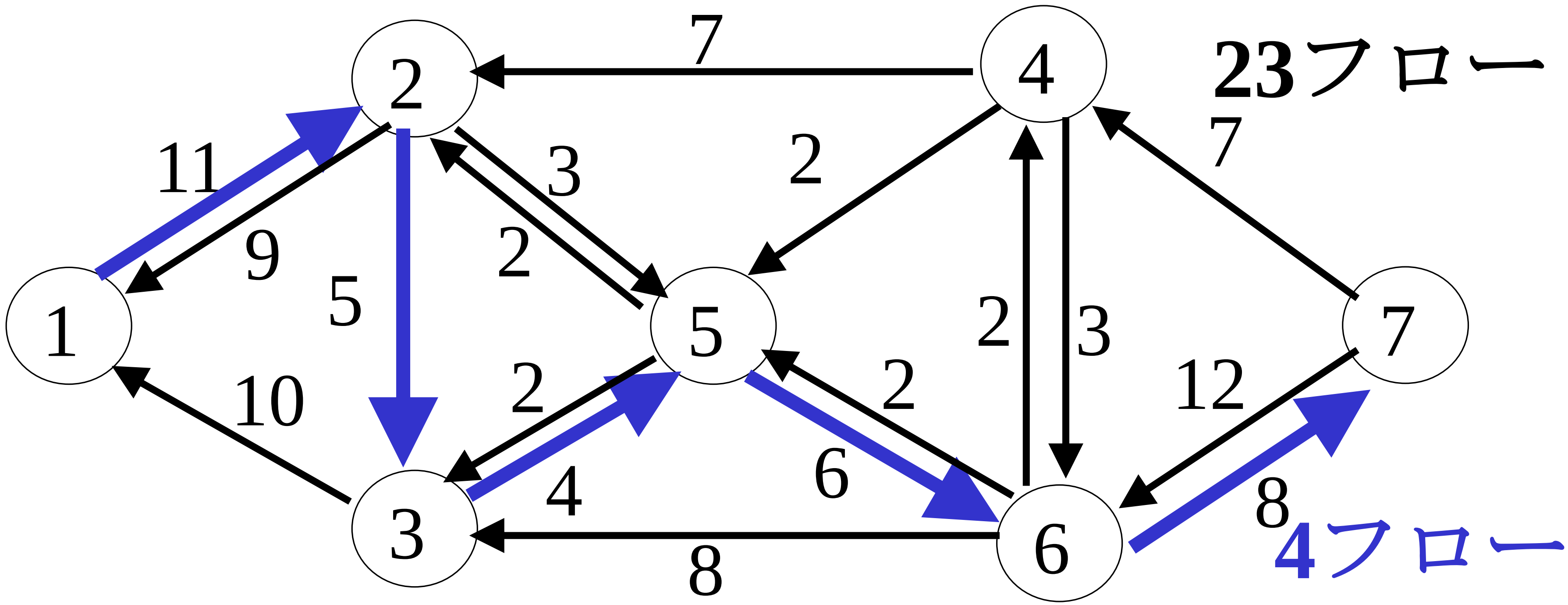
15フロー

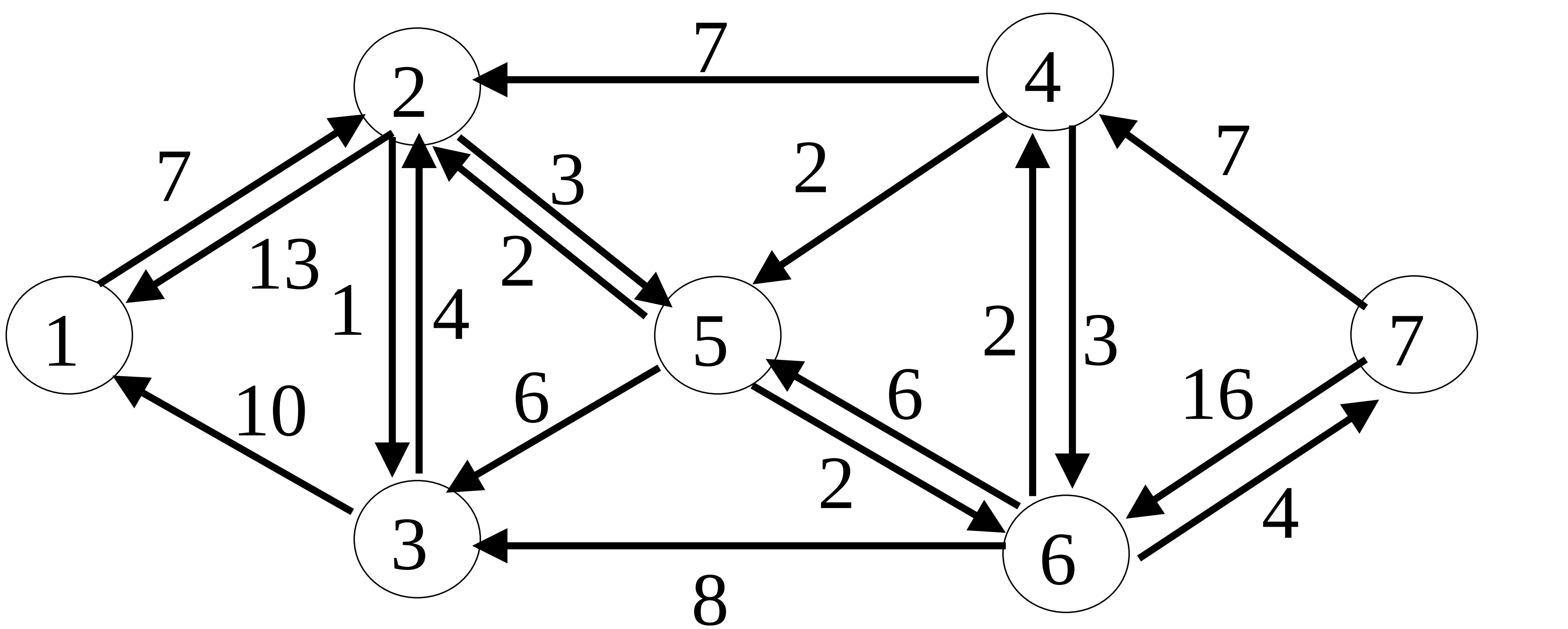
2. (1) (b)

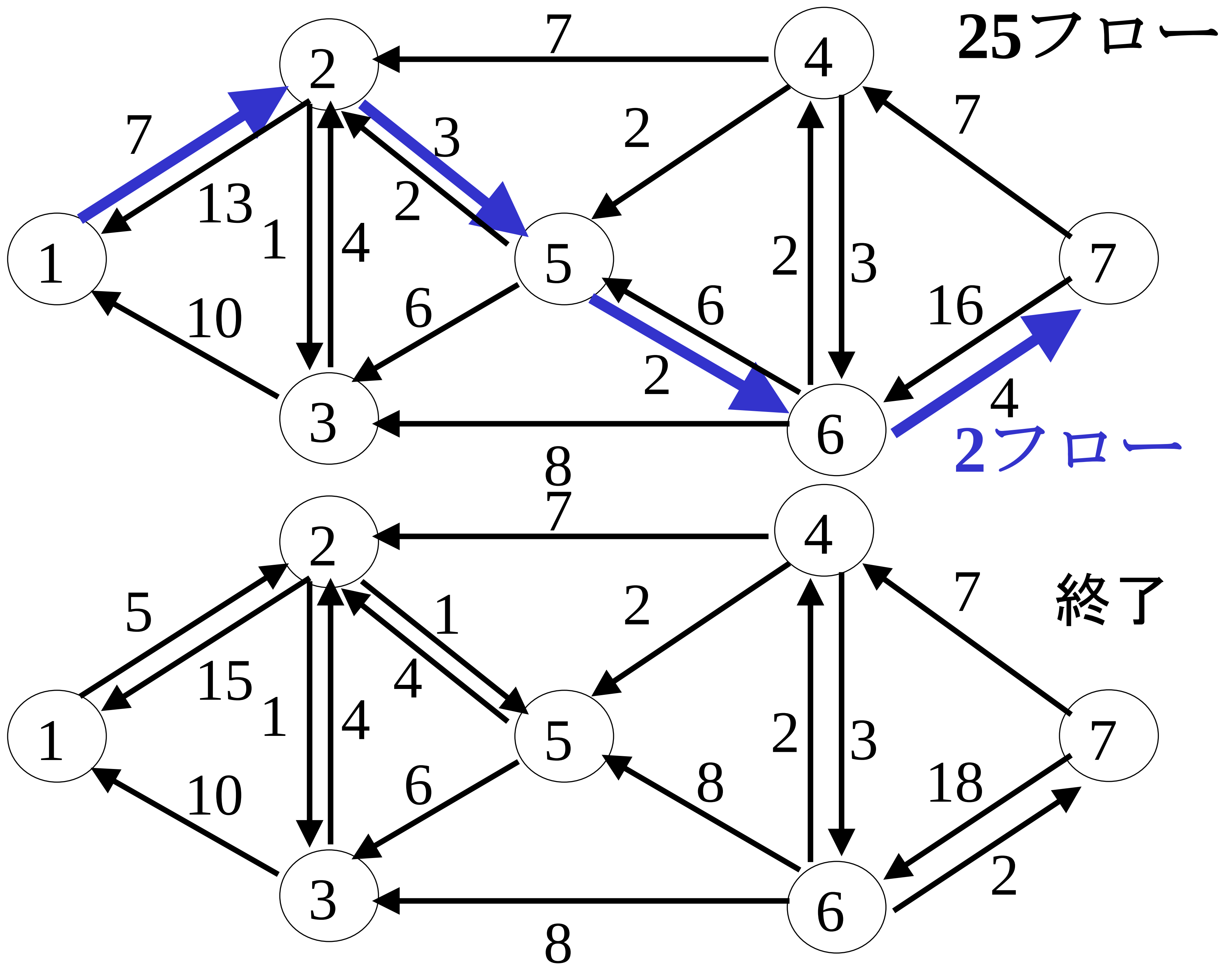


2. (1) (c)

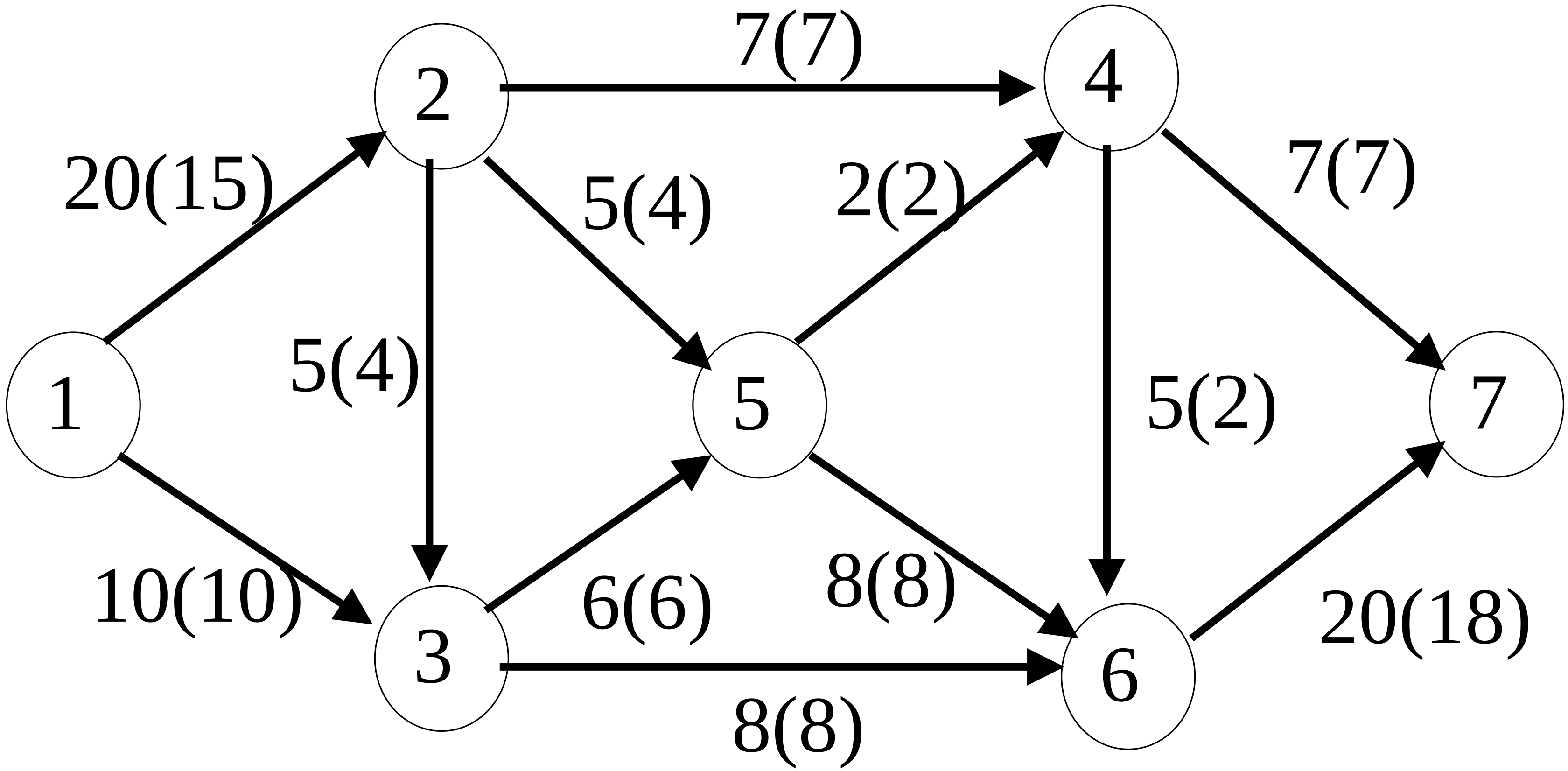



23フロー
4フロー
1
2
3
4
5
6
7
11
9
5
10
3
2
2
4
7
2
2
6
2
3
7
12
8
8


1
2
3
4
5
6
7
7
13
1
4
10
3
2
6
7
2
6
2
2
3
7
16
4
8


25フロー
2フロー
終了

最大流
流量２５



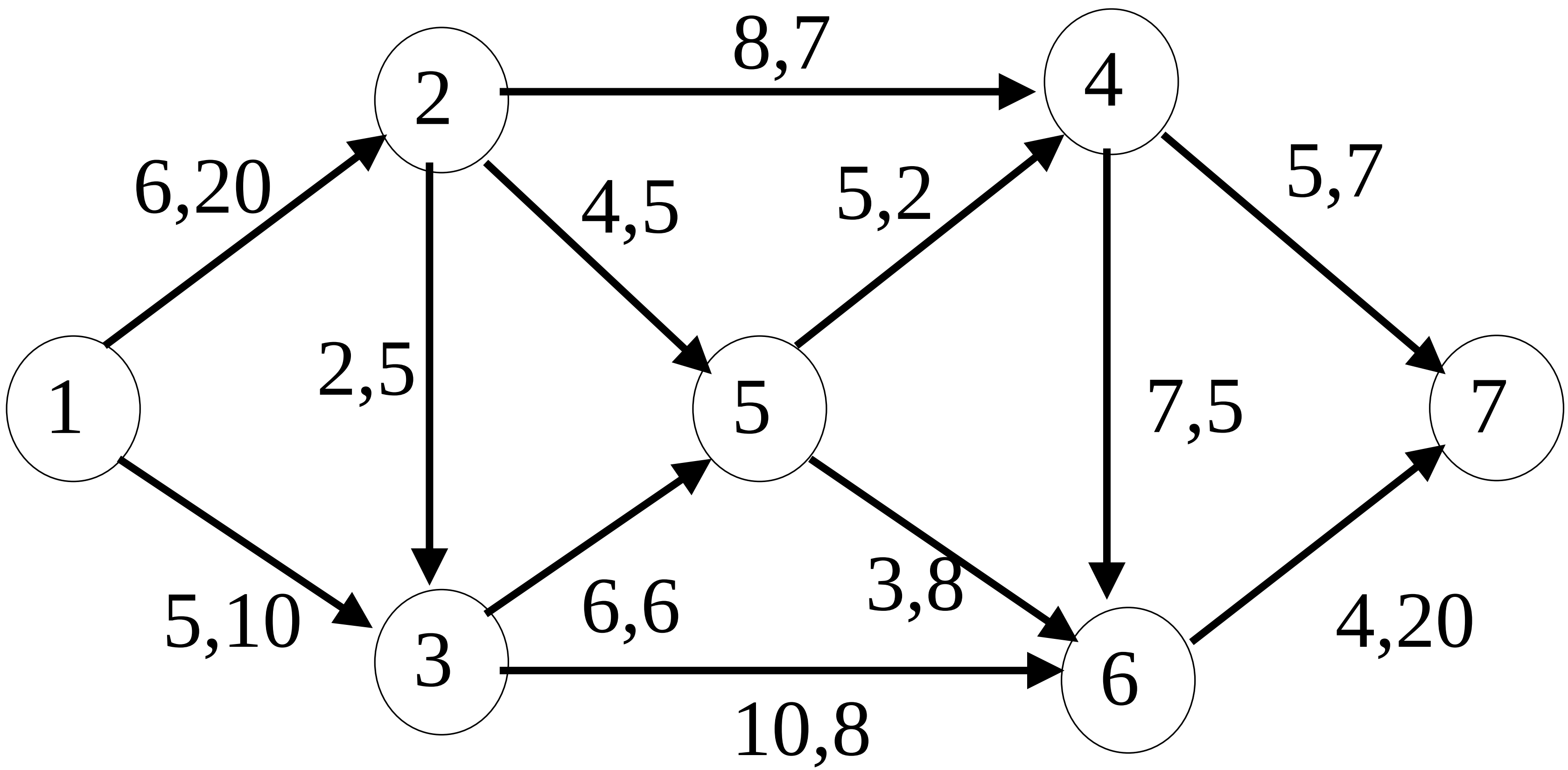
＜負閉路除去法＞

(0) 適当な初期フロー$\boldsymbol{x}$を定める

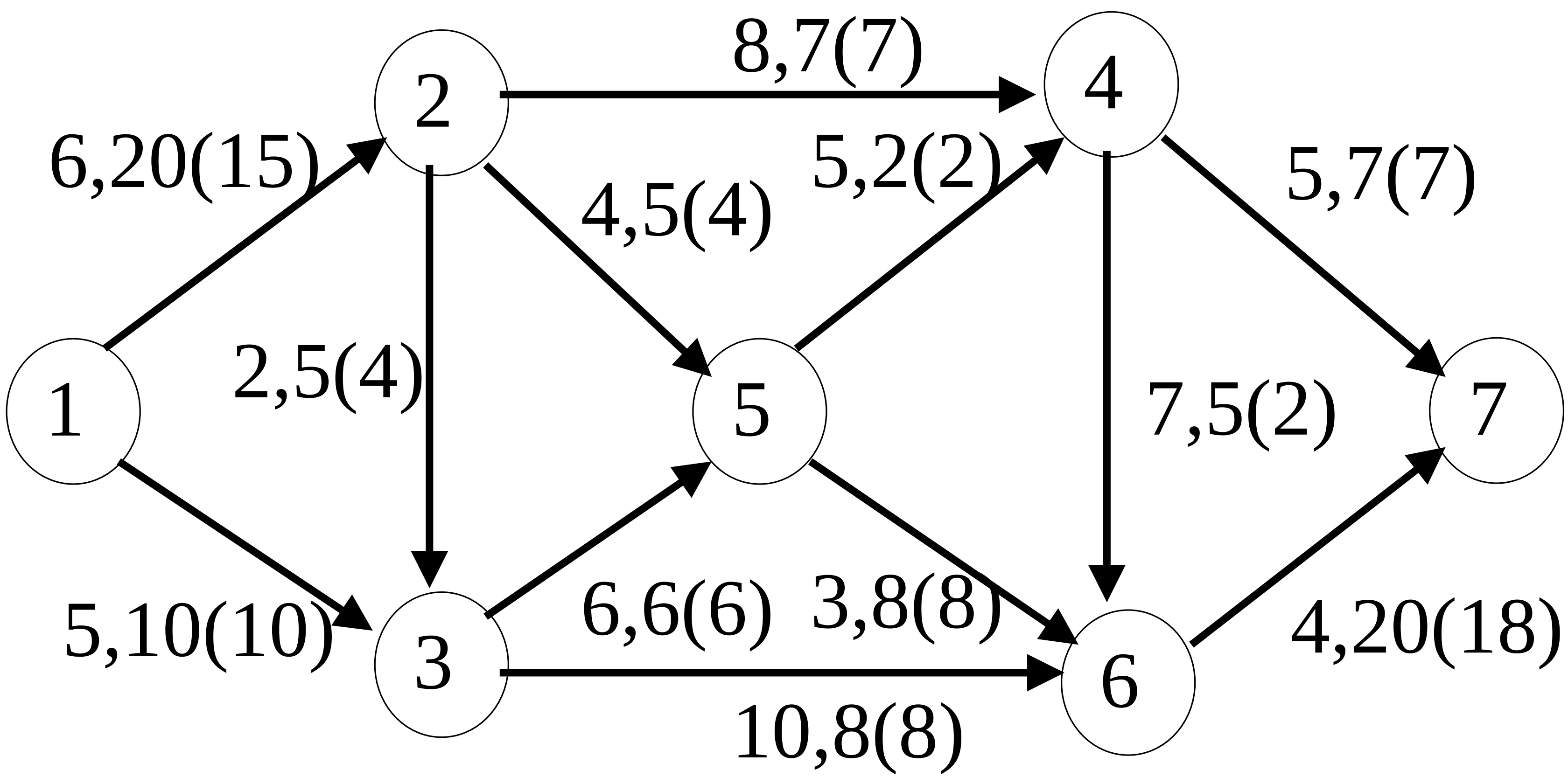
(1)残余ネットワーク$G^x=(V,E^x)$において負閉路を見つける. 存在しなければ計算終了.

(2)負閉路に沿って可能な限りフローを追加し, 新しいフロー$\boldsymbol{x}$を得る. ステップ(1)に戻る.

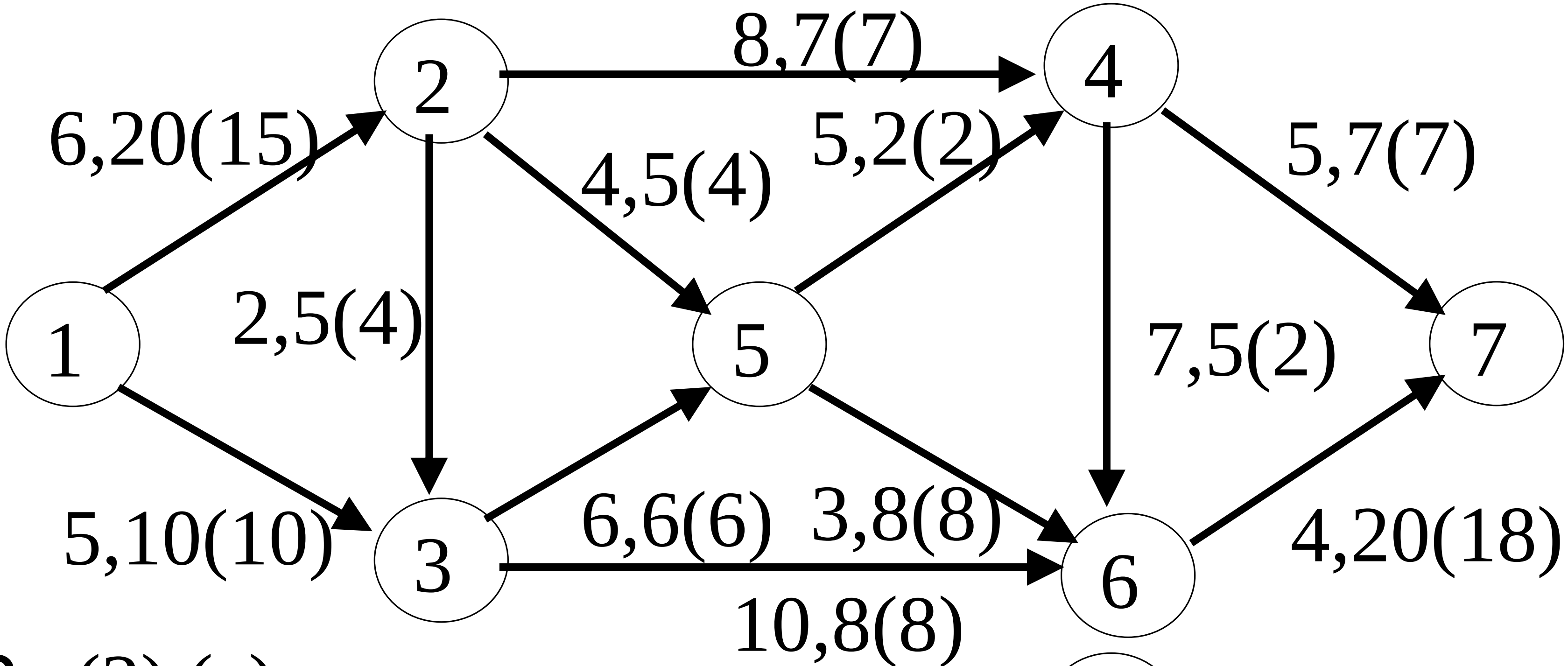
２. (2) 最小費用流



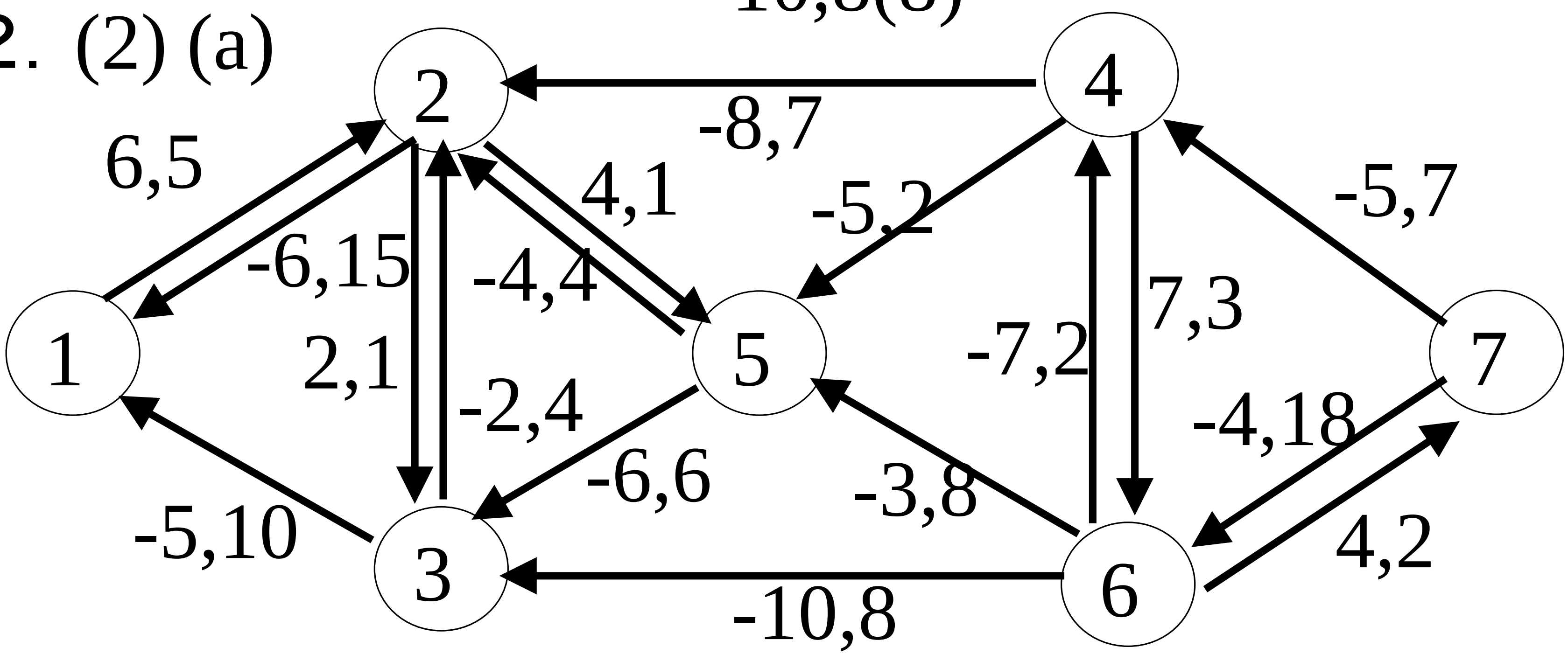
(1)で求めた最大流



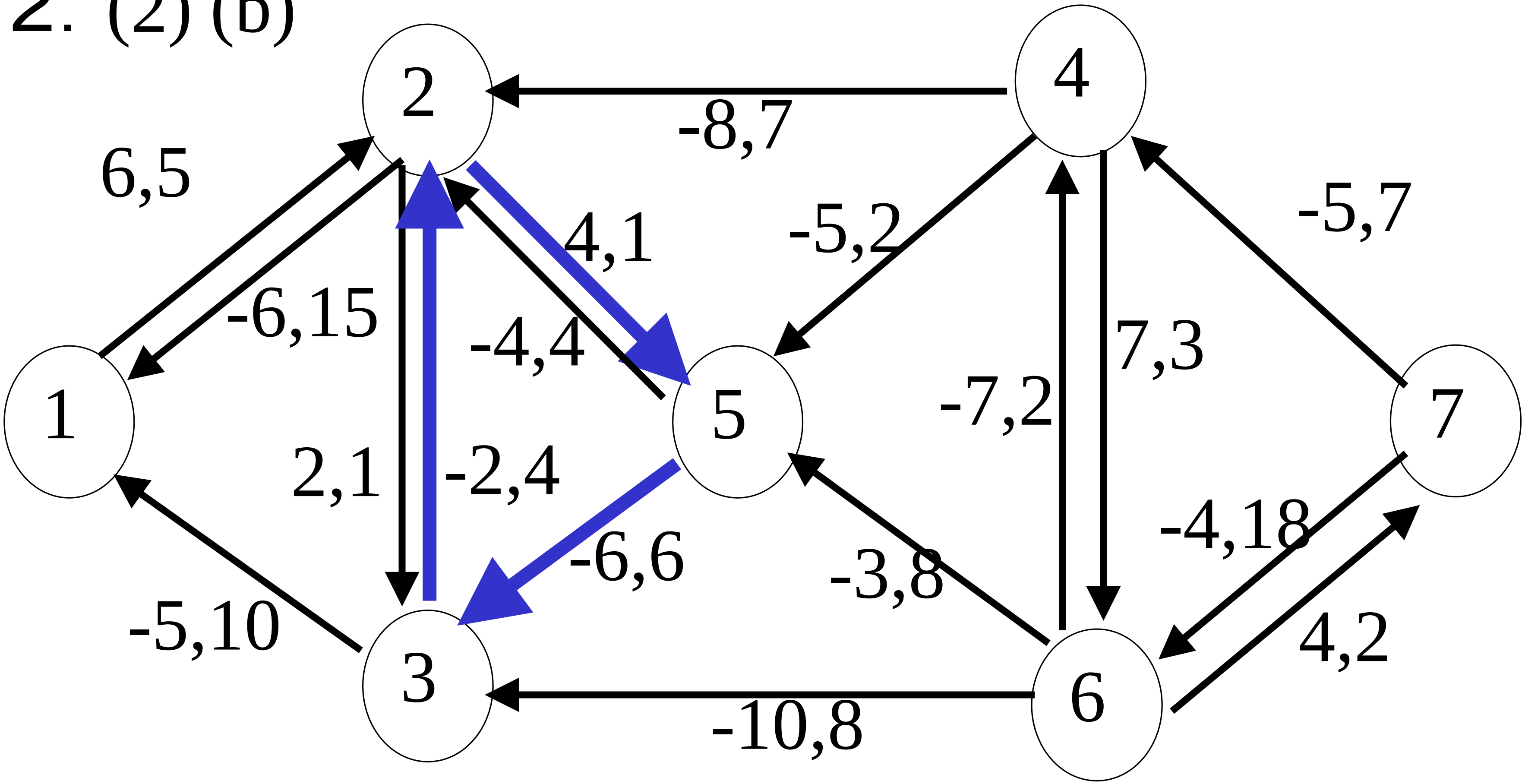
総コスト:
90+50+8+56+16+36+80+10+24+14+35+72=491


1
2
3
4
5
6
7
8,7(7)
6,20(15)
5,2(2)
4,5(4)
5,7(7)
2,5(4)
7,5(2)
5,10(10)
6,6(6)
3,8(8)
4,20(18)
10,8(8)

2. (2) (a)


1
2
3
4
5
6
7
-8,7
6,5
4,1
-5,2
-5,7
-6,15
-4,4
7,3
2,1
-7,2
-2,4
-4,18
-6,6
-3,8
-5,10
4,2
-10,8

２. (2) (b)

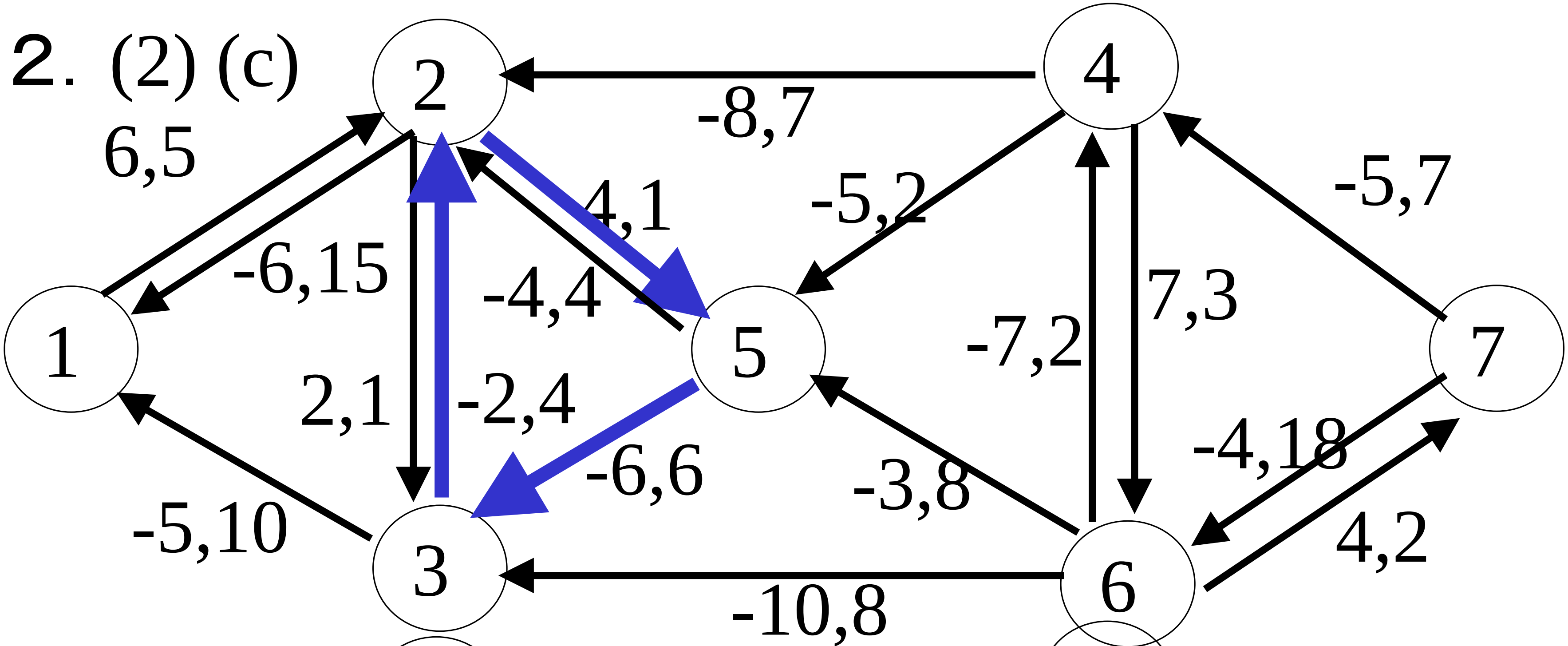


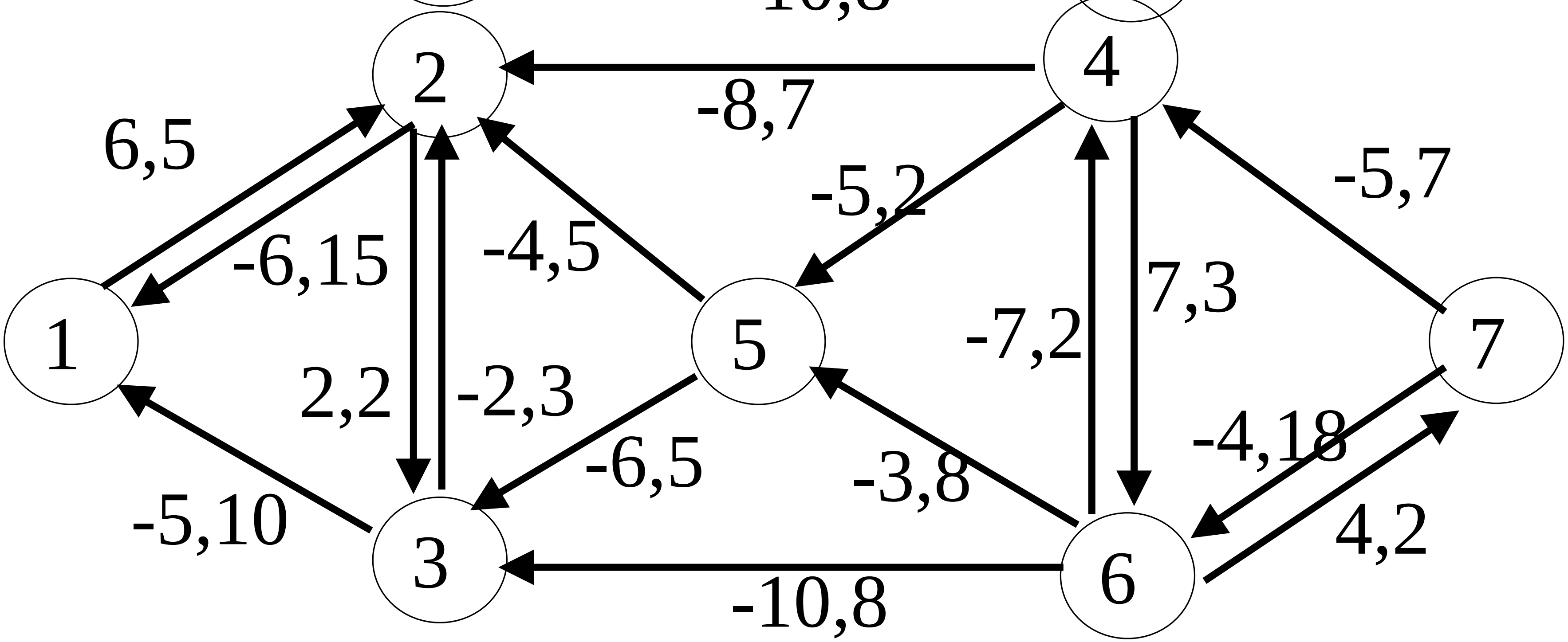
閉路：2→5→3→2

コスト：4+(-6)+(-2)=-4　　　1フロー

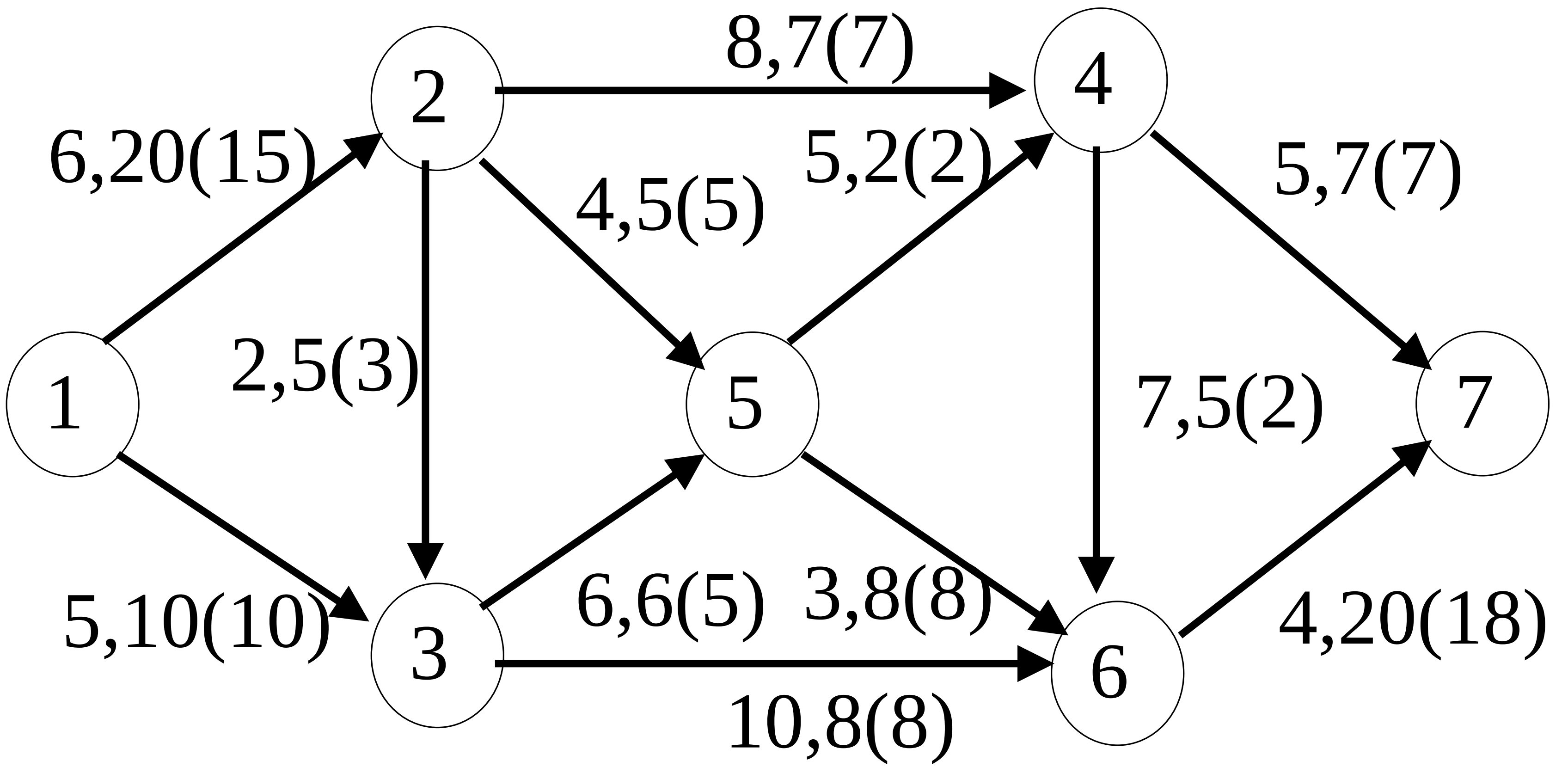
総コスト：491-4=487

2. (2) (c)


1
2
3
4
5
6
7
6,5
-6,15
-8,7
4,1
-4,4
-5,2
-5,7
7,3
-7,2
2,1
-2,4
-6,6
-3,8
-4,18
4,2
-5,10
-10,8


1
2
3
4
5
6
7
6,5
-6,15
-8,7
-4,5
-5,2
-5,7
7,3
-7,2
2,2
-2,3
-6,5
-3,8
-4,18
4,2
-5,10
-10,8

流量25の最小費用流



総コスト：487

３．10分間：$10^9 \times 600 = ６ \times 10^{11}$回の演算

$O(n^3)$の場合

$n=10^3$ならば $n^3=10^9$

$n=10^4$ならば $n^3=10^{12}$

$n=10^3 \sim 10^4$　　したがって (c)

$O(n^2)$の場合

$n=10^5$ならば $n^2=10^{10}$

$n=10^6$ならば $n^2=10^{12}$

$n=10^5 \sim 10^6$　　したがって (e)

計算機の演算数:

10分間:$10^9 \times 600 = 6 \times 10^{11}$回の演算

$O(n^4)$の場合　　$n=10^2$〜10^3　したがって (b)

$O(n)$の場合　　$n=10^{11}$〜　したがって (f)

計算量:$O(n)$の場合　(f)

計算量:$O(n^2)$の場合　(e)

計算量:$O(n^3)$の場合　(c)

計算量:$O(n^4)$の場合　(b)