研究室紹介

マインスイーパを題材とした演習

平成14年度情報科学基礎演習の紹介

朝廣 雄一
Yuichi Asahiro
九州産業大学 情報科学部 社会情報システム学科
Departtment of Social Information Systems, Faculty of Information Science, Kyushu Sangyo University
asahiro@is.kyusan-u.ac.jp, http://www.is.kyusan-u.ac.jp/%7Easahiro/

1. はじめに

本稿では，2002 年度前期に開講された情報科学基礎演習の内容を紹介する．

世の中には多くのパズルが存在する．ジグゾーパズル，スライドパズル*1，クロスワード，イラストロジックなど，いわゆるパズルの種類は多岐にわたる．オセロや碁，チェス，将棋などは，2 人あるいはそれ以上で対戦するパズルの一種だと考えてよい．そういった意味でパズルとゲームという言葉を，本稿ではほとんど区別なく用いる．

これらのパズルは，一般には趣味として行われていることが多いだろう．しかし情報科学という視点から考えると重要な面が含まれている (例えば文献 [1] 参照)．学生諸氏には，一見すると遊びに見える中に潜む学問的側面に触れてもらえればと考え，以下のような内容を実施した次第である．現在では，そういった背景はよく理解できずとも，近い将来 (高学年になった時)，何をやっていたのかを思い出して納得して頂けることを望んでやまない．

パズルを解くことに限らず，計算機 (コンピュータ) による問題解決 (あるいは作業遂行) とは，以下の概略で述べられるだろう．

【定義 1·1】 計算機による問題解決

(1) 目的とする問題を，厳密に定義 (定式化) する．
(2) 入力 (具体的な問題例) を，計算機で扱うための表現方法 (データ構造) を考える．
(3) 問題の解き方 (アルゴリズム) を考える．
(4) アルゴリズムをプログラムとして実装する．
(5) 計算機上で，プログラムに入力を与え実行し，答を得る．　□

例えば，将棋などの対戦パズル (ゲーム) では，現在の盤面 (入力) に対して次の手 (答) を得ることを目的とすると考えれば，上記の流れで問題解決を行うことが理解できるだろう．

1 年前期に開講された講義であることから，学生全員がすでにプログラミングの技術を持っていることは期待できない．またプログラミングの学習を内容に組み込むととそれだけで講義期間が終了してしまうので，定義 1·1 の (4) 以降を行うことはきっぱりと諦め，(3) を中心とすることにした．とはいえ，実はそれも真剣に考え出すとそれほど容易ではない．そこで良いアルゴリズムを開発する際に必要となる，問題の特徴付け (性質に関する定理の発見) と戦略 (解くための方針) の開発を目標とすることにした．

以降では，まず対象として利用したパズルであるマインスイーパについて説明する．その後，3,4 節で諸定義を述べ，5 節で学生諸氏が得た結果を紹介する．

2. マインスイーパ

学生の貸与 PC にインストールされている Microsoft® Windows® XP operating system*2に付属のマインスイーパを利用した．

マインスイーパのルールを説明する．正方形 (マスと呼ぶ) が敷き詰められた盤面と，その中に存在する爆弾 (地雷) の数が与えられる．各マスには，爆弾か，1 から 8 までの数字，あるいは空白 (数字 0 と考えてよい) が隠れているが，ゲーム開始時には各マスが何であるか分からない．ただし，マスが数字である時，その周囲の 8 マス中には爆弾がその数字の数だけ存在する．以上の条件で，すべての爆弾の位置を求めるのが，マインスイーパの目的である．実際のゲームでは “より速く” が求められるが本稿では考慮しない．

プレイヤはマスをめくることで，隠れている記号すなわち数字か爆弾か，を知ることができる．しかし爆弾をめくってしまうと，その時点でゲーム終了となり答を得られなかったことになる．ゲーム開始直後は何も分からないので，最初は適当なところをめくるしかない．そして盤面内の情報を部分的に得ることを繰り返し，全体の爆弾の位置 (実際には爆弾以外の位置) を突き止めなければならない．図 1 に実行画面の例*3を示す．この例は 縦

*1　日本古来の箱入り娘もスライドパズルの一種である．

*2　Microsoft および Windows は，米国 Microsoft Corporation の，米国およびその他の国における登録商標または商標です．

*3　Microsoft Corporation のガイドラインに従って画面写真を使用しています．

16 マス横 30 マスの盤面であり，99 個の爆弾が存在する．

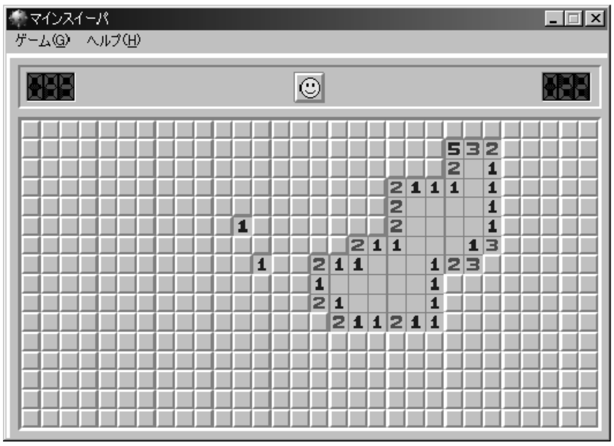

図 1　マインスイーパの実行画面

3. 諸　定　義

本節では，定義 1·1 の (1) で行う内容，すなわちマインスイーパの定義 (定式化) を行う．すべてが必要というわけではないが，以降の説明に用いる記号等も定義しておく．盤面 B の大きさを縦 n マス，横 m マスとし，B のサイズが $n \times m$ であると言うことにする．ただしここで，$n, m \geq 1$ である．B 中に存在する爆弾の数を b_B とする．

左下隅のマスを $p_B(0,0)$ と呼ぶことにし，$p_B(0,0)$ から上に i マス，右に j マスの位置にあるマスを，$p_B(i,j)$ とする．ここで，$0 \leq i < n,\ \ 0 \leq j < m$ であり，それ以外の i または j に対しては $p_B(i,j)$ は存在しないものとする．また $p_B(i,j)$ と隣接するマスの集合 $N_B(i,j) = \{p_B(i-1,j-1), p_B(i-1,j), p_B(i-1,j+1), p_B(i,j-1), p_B(i,j+1), p_B(i+1,j-1), p_B(i+1,j), p_B(i+1,j+1)\}$ とする．i と j の値によっては，例えば $p_B(i+1,j+1)$ などは存在しないので，これら存在しないものは $N_B(i,j)$ には含まれない．

$p_B(i,j)$ の (隠されている) 記号を $s_B(i,j)$ とする．ただしここで，$s_B(i,j) \in S = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,*\}$ とし，$*$ が爆弾を示すものとする．実際のゲームにおいては，爆弾のないことを表す空白が “0” に対応することに注意されたい．ここで，関数 $f: S \to \{0,1\}$ を，$x = *$ の時 $f(x) = 1$ で，それ以外の時は $f(x) = 0$ と定義する．$s_B(i,j) \neq *$ の時，$s_B(i,j) = \sum_{p_B(x,y) \in N_B(i,j)} f(s_B(x,y))$ が成立し，また $b_B = \sum_{i,j} f(s_B(i,j))$ が成立する．$s_B(i,j)$ の列を用いて，盤面 B は $B = \langle s_B(0,0), s_B(0,1), \ldots, s_B(0,m-1), s_B(1,0), \ldots, s_B(1,m-1), \ldots, s_B(n-1,m-1) \rangle$ と表される．同じサイズの盤面 B_1 と盤面 B_2 に関して，すべての i,j に対して $s_{B_1}(i,j) = s_{B_2}(i,j)$ が成立する時，B_1 と B_2 が等しいと言い，$B_1 = B_2$ と書く．

ここで，$0 \leq i < n,\ 0 \leq j < m$ に対して記号 $c(i,j) \in S + \{?\}$ を考え，$C = \langle c(0,0), \ldots, c(n-1,m-1) \rangle$ とする．C を仮盤面と呼び，サイズを盤面同様 $n \times m$ と言うことにする．同じサイズの仮盤面 C と盤面 B を考える．全ての i,j に対して $c(i,j) = s_B(i,j)$ ならば，C は B と等しいといい，やはり $C = B$ と書く．$C \neq B$ であり，かつ任意の i,j に対して $c(i,j) = s_B(i,j)$ または $c(i,j) = ?$ である時に，C は B に矛盾しないといい，$B \subset C$ と書く．また，$c(i,j) \in S$ かつ $c(i,j) \neq s_B(i,j)$ となるような i,j が存在する場合には，C は B に矛盾するといい，$B \not\subset C$ と書く．

B に関して議論していることが明らかな場合には，下付文字の B を省略して単に $p(i,j), s(i,j)$ などと書く場合もある．

以上の定義のもと，マインスイーパとは，サイズ $n \times m$ の盤面 B，爆弾数 b_B，$0 \leq i < n$, $0 \leq j < m$ に対して，$s_B(i,j)$ を求めるゲームであると考えられる．もう少し詳しく言うと，以下の定義になる．

【定義 3·1】 マインスイーパとは，n, m, b_B に対して，以下の手続きに従う対戦パズルである．ただし，$0 \leq i < n$, $0 \leq j < m$ とする．

(1) 計算機が各 i,j に対して，$s_B(i,j) \in S$，すなわち盤面 B を作成する．

(2) プレイヤが各 i,j に対して $c(i,j) \in S + \{?\}$，すなわち仮盤面 C を作成する．

(3) $B = C$ ならばプレイヤの勝利としてゲームを終了する．

(4) $B \subset C$ ならば，ステップ (2) へ．

(5) $B \not\subset C$ ならばプレイヤの敗北としてゲームを終了する．　□

ステップ (2) が，定義 1·1 における問題解決のためのアルゴリズムにあたる．プレイヤがステップ (2) を繰り返す時には，一からすべての $c(i,j)$ を作り直す必要はなく，前回作成した $B \subset C$ であるような C の中で，$c(i,j) = ?$ である部分についてだけ新たに決定していけばよい．

またステップ (5) に関しては，

(5') $B \not\subset C$ ならばステップ (2) へ．

という変形も考えられ，この場合，正解が求められるまで繰り返すことになる．また，定義 3·1 では計算機が $s_B(i,j)$ を作成することになっているが，この作業を人が行うことにより，人と人による対戦パズルとしても成立する．

ここまでで，定義 1·1 における問題の定式化，ならびにデータ構造の考察 (計算機による問題解決) に対して，多くの基本的な方針を示したことになる．例えば，集合や数列を扱うためのデータ構造，例えば配列の利用が必要であることが上記の議論より理解できる．

4. 図の表記と回転・鏡像

本稿での盤面ならびに仮盤面の表記法について，図 2 を参考に説明する．図中では，S の要素はそのまま表記する．空白が不明な部分であり，定義 3·1 中の ? にあたる．見易さのため，? は記入しないことにする．図は 5×5 の盤面だと考えてもよいし，外枠よりも外側のマスは全て 0 であると考えてもよい．以降の議論で，この両者には本質的な差はないので，前者だと考えることにする．

	3			
3	*	7		3
3			*	
				1
	2	2		0

図 2　盤面表記の例

盤面の回転像を定義する．サイズ 3×3 の盤面 B を考える．

$$s_B(0,0)=s_{r(B)}(0,2) \quad s_B(0,1)=s_{r(B)}(1,2)$$
$$s_B(0,2)=s_{r(B)}(2,2) \quad s_B(1,0)=s_{r(B)}(0,1)$$
$$s_B(1,1)=s_{r(B)}(1,1) \quad s_B(1,2)=s_{r(B)}(2,1)$$
$$s_B(2,0)=s_{r(B)}(0,0) \quad s_B(2,1)=s_{r(B)}(0,1)$$
$$s_B(2,2)=s_{r(B)}(0,2)$$

を満たす $r(B)$ を B の回転像と定義する．簡単に言うと，$p_B(1,1)$ を中心として，B を時計回りに 90 度回転した盤面のことである．爆弾と盤面の記号の関係が満たされていないが，簡単な例として図 3 の右図は左図の回転像となっている．$r(r(B))$ を $r^2(B)$ と書くことにすると，$r(r(r(r(B))))$ すなわち $r^4(B)=B$ となる．$R(B)=\{B,r(B),r^2(B),r^3(B)\}$ とする．

0	1	2
3	4	5
6	7	8

6	3	0
7	4	1
8	5	2

図 3　回転像の例

次に鏡像を定義する．サイズ 3×3 の盤面 B を考える．

$$s_B(0,0)=s_{t(B)}(2,0) \quad s_B(0,1)=s_{t(B)}(2,1)$$
$$s_B(0,2)=s_{t(B)}(2,2) \quad s_B(1,0)=s_{t(B)}(1,0)$$
$$s_B(1,1)=s_{t(B)}(1,1) \quad s_B(1,2)=s_{t(B)}(1,2)$$
$$s_B(2,0)=s_{t(B)}(0,0) \quad s_B(2,1)=s_{t(B)}(0,1)$$
$$s_B(2,2)=s_{t(B)}(0,2)$$

を満たす $t(B)$ を B の回転像と定義する．簡単に言うと，B を右外枠の線を回転軸として，右向きに裏返した盤面 (右外枠線に対して線対象な盤面) と考えて良い．これも爆弾と盤面の記号の関係は満たされていないが，簡単な例として図 4 の右図は左図の鏡像となっている．逆に，左図は右図の鏡像でもある．$t(t(B))$ を $t^2(B)$ と書くことにすると，$t^2(B)=B$ となる．$T(B)=\{B,t(B)\}$ とする．

0	1	2
3	4	5
6	7	8

2	1	0
5	4	3
8	7	6

図 4　鏡像の例

ところで，ここまで読んできて，実際に私の講義を受講した人の中に「おや？」と思う人がいるかもしれない．なぜならば，講義中には鏡像としてもう 1 種類を紹介していたからである．上記のような正確な定義は書かないが，図 5 の右図も左図の鏡像であると考えて良い．裏返す際の向きを右ではなく下にしたと理解すれば分かりやすいであろう．この鏡像は，盤面 B に対して，上記 r と t の定義を用いて，$r^2(t(B))$ (または $t(r^2(B))$) で表すことができるので，サイズ 3×3 の盤面のみを扱う時には，実は新たに定義する必要はない．

0	1	2
3	4	5
6	7	8

6	7	8
3	4	5
0	1	2

図 5　もう 1 種類の鏡像の例

以上では，回転像，鏡像ともにサイズ 3×3 の盤面に対してだけ定義した．任意の奇数 n に対して，サイズ $n\times n$ の盤面の回転像，あるいは，任意の n,m に対して，サイズ $n\times m$ の盤面の鏡像も定義できるが，省略する．

5. 学生諸氏による結果

本節では学生諸氏が講義中に得た結果を紹介する．3 班に分割し，班単位で協力しながら課題に取り組むことにした．便宜上 A，B，C の 3 班とする．ただし C 班は，問題の特徴付けを 2 人が担当し，別の 2 人が解くための戦略を担当した．なお具体的な考察課題として最初のものだけは提示したが，それ以後は各班において興味がわいた点，関連すると思われる点などを独自に考察することとした．そのため班によって，考察内容が異なっている．各班のレポートはそれぞれ，参考文献の [2, 3, 4] である．

ちなみに，無責任かもしれないが，本節の内容は学生諸氏が主張しているものであり，証明がきちんと記述さ

れていないものもあるので，“定理” ではなく，“主張” と扱う．講義内容としては，とにかく努力して考察し，それをまとめさえすればよいと考え，軽微な間違いや少し怪しい論理展開は黙認した．学生諸氏が求めた結果に対して，答え合わせのようなことも一切行わなかった．問題点や考察が不十分な点に対するいくつかの指摘も本節で行っている．

サイズ 3×3 の盤面において，中央 $(p(1,1))$ に数字が存在する場合を考える．$p(1,1)=z$ の時，爆弾の位置の組み合わせ数を $\alpha_{r,t}(z)$ と表すことにする．

主張 5·1（[2]） $\alpha_{r,t}(z)=\binom{8}{i}=\frac{8!}{z!(8-z)!}$． □

主張 5·1 を分かりやすくまとめると表 1 になる．

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$\alpha_{r,t}(z)$	1	8	28	56	70	56	28	8	1

表 1 爆弾位置の組み合わせ数 $\alpha_{r,t}(z)$

次に，回転像を上記の数え上げから除くことを考える．すなわち，$\alpha_{r,t}(z)$ に数えられている爆弾の位置の組み合わせの中で，$k=1,2,3$ に対して，$B=r^k(B')$ となるような B と B' については片方しか数えないものとする．このように回転像を除いた，爆弾の位置の組み合わせ数 $\alpha_t(z)$ について述べる．

主張 5·2（[2]） $\alpha_t(z)$ は表 2 のようになる． □

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$\alpha_t(z)$	1	2	7	16	20	16	7	2	1

表 2 回転像を除いた爆弾位置の組み合わせ数 $\alpha_t(z)$

$\alpha_t(z)$ を求めることは一見簡単そうである．なぜならば，1 つの盤面 B に対して，その回転像として $r(B),r^2(B),r^3(B)$ の 3 通りがあるので，単純に $\alpha_t(z)$ を 1/4 にすればよいように思えるからである．それでは誤りである理由は，$B=r(B)$ や $B=r^2(B)$ のような場合が存在するからである．つまり，一つの B に対して，回転像が必ず 3 つ存在するとは限らないので，単純に 1/4 にするという計算が成立しない．例えば，図 6 は $B=r(B)=r^2(B)=r^3(B)$ が成立する例である．

2	*	2
*	4	*
2	*	2

図 6 $B=r(B)=r^2(B)=r^3(B)$ となる盤面 B

回転像に加えてさらに鏡像まで除くことを考える．すなわち $\alpha_t(z)$ に数えられている爆弾の位置の組み合わせの中で，$B=t(B')$ となる B と B' については片方しか数えないものとする．このように回転像と鏡像を除いた爆弾の位置の組み合わせ数 $\alpha(z)$ について述べる．

主張 5·3（[2, 3, 4]） $\alpha(z)$ は表 3 のようになる． □

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$\alpha(z)$	1	2	6	9	13	9	6	2	1

表 3 回転像と鏡像を除いた爆弾位置の組み合わせ数 $\alpha(z)$

例えば，先ほどの図 6 を考えると，$B=t(B)$ に加えて $t(B)=r(B)$ も成立しており，$\alpha(z)$ の数え上げの困難さが増加する．

さらに A 班は，主張 5·2 と主張 5·3 を主張 5·1 のように，数式で表せないかを考察したが求まらなかったようである [2]．また，鏡像だけを除き回転像は含んだままの $\alpha_r(z)$ が定義できるはずであるが，それについては考察されていない．関連して，以下の主張もある．

主張 5·4（[2]） $z=0,1,2,3$ に対して，$\alpha_{r,t}(z)=\alpha_{r,t}(8-z)$, $\alpha_t(z)=\alpha_t(8-z)$, $\alpha(z)=\alpha(8-z)$． □

これは，周囲の 8 マスに爆弾を z 個置く組み合わせの数は，爆弾ではないものを z 個置く組み合わせの数と等しいということを示している．置くものの数が一緒ならば，それが何であろうと置く位置の組み合わせ数は等しいわけである．

ところで，$\alpha(3)=10$ だと考えているのだが，学生諸氏の主張は $\alpha(3)=9$ である．レポートに一人だけ，数字では 9 種類と書いているのだが図は 10 種類書いていた．自信がなかったのか，他の班員への説明は行わなかったのだろう．他の人たちも $\alpha(4)$ を求める困難さに目を奪われ，間違いに気づかなかったようである．$\alpha(3)=10$ であることの根拠である 10 種類の配置の例を挙げておく．

*	*	*
2	3	2
0	0	0

*	*	1
3	3	2
0	*	1

*	2	*
1	3	2
0	1	*

*	*	2
2	3	*
0	1	1

*	*	1
3	3	1
*	1	0

*	2	*
2	3	2
1	*	1

1	*	2
2	3	*
1	*	2

*	*	1
2	3	2
0	1	*

*	*	1
*	3	1
1	1	0

*	2	1
2	3	*
1	*	2

また A 班は，$N_B(i,j)=\{p_B(i-1,j),p_B(i,j-1),p_B(i+1,j),p_B(i,j+1)\}$ である (隣接するマスが少ない) 場合の $\alpha(z)$ についても考察している．

主張 5·5（[2]） $N_B(i,j)=\{p_B(i-1,j),p_B(i,j-1),p_B(i+1,j),p_B(i,j+1)\}$ の場合には，$\alpha(z)$ は 表 4 になる． □

サイズ 3×3 の盤面に爆弾が z 個存在するとする．その盤面中に出現する可能性のある数字の集合を $U(z)$ とする．ただし，$1\le z\le 8$ である．

z	0	1	2	3	4
$\alpha(z)$	1	1	2	1	1

表 4 $N_B(i,j)$ が異なる場合の $\alpha(z)$

主張 5·6([3, 4]) $U(z)$ は以下のようになる.

U(1)={1}　U(2)={1,2}
U(3)={1,2,3}　U(4)={1,2,3,4}
U(5)={1,2,3,4,5}　U(6)={1,2,3,4,5,6}
U(7)={2,3,4,5,7}　U(8)={3,5,8}

□

この主張では，$1 \le z \le 6$ に対しては，$U(z) = \cup_{1\le i\le z} i$ となっているが，$U(7)$ と $U(8)$ だけがこのように表現できない．ちなみに $U(0)$ や $U(9)$ も同様に定義でき，$U(0) = U(9) = \emptyset$ (空集合) となる．

3×3 の盤面の角の位置，例えば $p(0,0)$ に数字 l がある場合の，盤面中の爆弾数を $W(l)$ とする．角の位置の数字 l は，1，2，3 のいずれかである．

主張 5·7([3]) $1 \le W(1) \le 6$，$2 \le W(2) \le 7$，$3 \le W(3) \le 8$. □

この主張では，$l \le W(l) \le l+5$ と表現してもよいだろう．

3×3 の盤面中の，角の上あるいは横にあるマス，例えば $p(0,1)$ に数字 l が存在する場合の，盤面中の爆弾数を $W'(l)$ とする．この場合，$1 \le l \le 5$ である．

主張 5·8 $1 \le W'(1) \le 4$，$2 \le W'(2) \le 5$，$3 \le W'(3) \le 6$，$4 \le W'(4) \le 7$，$5 \le W'(5) \le 8$. □

この主張も，$l \le W'(l) \le l+3$ と表現される．ただし，同様に $W'(0)$ も定義できるが，$0 \le W'(0) \le 5$ となる．

3×3 の盤面中に，数字 l が存在する場合，その盤面中に存在可能な爆弾の数の集合を $V(l)$ とする．

主張 5·9([4])

$$V(1) = \{1,2,3,4,5,6\}$$
$$V(2) = \{2,3,4,5,6,7\}$$
$$V(3) = \{3,4,5,6,7,8\}$$
$$V(4) = \{4,5,6,7\}$$
$$V(5) = \{5,6,7,8\}$$
$$V(6) = \{6\}$$
$$V(7) = \{7\}$$
$$V(8) = \{8\}$$

□

数字 6,7,8 は，中心にしか存在できず，4,5 は角以外に存在でき，1,2,3 はどこにでも存在できる．そのため，その 3 種類に分けて考えることができ，(i) $l = 1,2,3$ の時，$V(l) = \cup_{l\le i\le l+5} i$，(ii) $l = 4,5$ の時，$V(l) = \cup_{l\le i\le l+3} i$，(iii) $l = 6,7,8$ の時，$V(l) = \{l\}$ と表現してもよい．

3×3 の盤面の中心，すなわち $p(1,1)$ に爆弾が存在し，かつその盤面中に存在する爆弾の数を l とした時の爆弾の位置の組み合わせ数を $X(l)$ とする．回転像，鏡像を除いて計算した $X(l)$ について，以下の主張がある．

主張 5·10([3]) $X(l)$ は表 5 のようになる. □

l	1	2	3	4	5	6	7	8
$X(l)$	1	2	6	10	13	10	6	2

表 5 中心が爆弾である時の爆弾位置の組み合わせ数 $X(l)$

実は $X(9)$ も同様に定義でき，$X(9) = 1$ となる．この主張においても，$i = 1,2,3,4$ に対して $X(i) = X(9-i)$ が成立していることが分かる．

最後に戦略に関する主張を紹介しておく．最初にどこのマスをめくったらよいかについての議論である．

主張 5·11([4]) 最初にめくるマスは爆弾でない. □

この主張は経験に基づくものであり，真偽は明らかでない．最初のマスは爆弾ではないという仮定から，2 枚目のマスをめくる時の有利さ (ランダムに選ぶよりは爆弾に当たる確率が小さくなるのが好ましい) を考え，最初にめくるマスを決定するという方針が生まれてくる．最初にめくるマスとして，角，(角以外の) 端，それら以外の 3 種類を考える．

主張 5·12([4]) 初級，中級，上級とも，最初は角や端以外のマスをめくった方がよい. □

主張の根拠： まず各級の盤面サイズと爆弾数，ならびにマスに爆弾の存在する確率 P は以下となっている．

初級： サイズ 9×9，爆弾数 10．$P = 10/81 < 1/8$
中級： サイズ 16×16，爆弾数 40．$P = 40/256 < 1/6$
上級： サイズ 16×30，爆弾数 99．$P = 99/480 < 1/4$

以下では，中級を例に取って説明する．角のマスに存在できる数字は 1,2,3 の 3 種類だけである．めくった結果得られた数字ごとに，以下のように考えられる．最初にめくった角のマスに隣接する 3 マスに爆弾が存在する確率を P' とする．(i) 角が 1 の場合：$P' = 1/3$．(ii) 角が 2 の場合：$P' = 2/3$．(iii) 角が 3 の場合：$P' = 1$．よっていずれの場合も，$P < P'$ なので，2 枚目として 1 枚目にめくった角と隣接するマスではなく，他の部分をめくった方が，爆弾である確率が低い．すなわち，1 枚目に角をめくって有利になることはない．

同様に端のマスを最初にめくる場合を考える．端には 1 から 5 までの数字が存在することができ，それぞれ P' の値は $1/5, 2/5, 3/5, 4/5, 1$ となる．$P = 1/6$ であり，この場合も常に $P < P'$ なので，2 枚目として 1 枚目と隣接するマスではなく他の部分をめくった方が爆弾である確率が低い．すなわち，1 枚目に端をめくって有利になることはない．

角でも端でもないマスを最初にめくる場合には，数字は 1 から 8 までが存在し，それぞれ P' の値は $1/8, 1/4, 3/8, 1/2, 5/8, 3/4, 7/8, 1$ となる．めくった数字が 1 の時だけは，$P > P'$ となり，他の部分をめくるよりは，最初のマスと隣接するマスをめくった方が爆弾である確率が低くなる．すなわち，1 枚目に角と端以外をめくって有利になる可能性がある． □

上記の議論では，1 枚目のマスをめくったときに，その数字の出現確率は数字によらず一定であるという仮定を置かれているように見える．その仮定のもとでは初級の時は同様の議論が成立する．しかしながら上級の場合を考えると，端を 1 枚目にめくった方がよいように思われる．なぜならば，端を 1 枚目にめくった場合に有利 ($P' < P$) になる確率 (1 が出現する確率) は 1/5 であるが，角でも端でもない場合は，有利になる確率は 1/8 のように思えるからである．上記の議論では，めくったものと隣接するマスとそうでない残りのマス両方とも，爆弾の存在確率が変化することが考慮されていないので，論理として弱い．しかし，この主張から派生して，既に位置が判明した爆弾の数と，場所が不明な爆弾の数，ならびに記号が確定していないマスの数を組み合わせて考えることが必要であるという主張 [4] もされている．

6. お わ り に

本稿では，平成 14 年度情報科学基礎演習で扱った演習内容について紹介した．参考文献中に示している学生諸氏のレポートは， Web ページ形式により提出された．残念ながら，これらのレポート (Web ページ) は，学外へは公開されていないので，興味のある読者は可能なら九産大内からアクセスして頂きたい．また，卒業まで公開し続けるよう指導もしていないため，提出し評価を受けた後で削除してしまった学生もいるようである．参考文献中のレポートは，平成 15 年 5 月 26 日現在 (学内に) 公開されているもので，今後削除される可能性もあることを断っておく．

マインスイーパは解くのが難しいことが知られている．もう少し詳しく言うと NP-完全 [5] である．簡単に言うと，プレイヤが定義 3·1 の (2) で $B \subseteq C$ となる仮盤面 C を作成するステップがあるが，具体的な C を求めることではなく，“$B \subseteq C$ となる C が存在するか否か” という問いに対して Yes/No で答える (盤面を具体的に求める必要はない) ことすら困難であるという証明がされている．また色々なバリエーションも考えられており，種々のアプローチから研究がなされている [6]．

学生諸氏が得た数々の主張に対して，定理として扱えるよう証明を行うことは今後の課題であろう．また問題の特徴付けについては，まだ色々なものが考えられる．機会があれば，再度なんらかの演習で取り上げたり，自分自身でも考察したいと考えている．

◇ 参 考 文 献 ◇

[1] E.D. Demaine. Playing games with algorithms: algorithmic combinatorial game theory. *Manuscript*, 2001. `http://theory.lcs.mit.edu/%7Eedemaine/papers/AlgGameTheoryDraft/`
(A preliminary version is in Proc. of 26th *MFCS*, 2001.)

[2] A 班によるレポート.
`http://www-st.is.kyusan-u.ac.jp/%7Es2jk005/kisoen/`
`http://www-st.is.kyusan-u.ac.jp/%7Es2jk043/kisoen/`
`http://www-st.is.kyusan-u.ac.jp/%7Es2jk062/kisoen/`
`http://www-st.is.kyusan-u.ac.jp/%7Es2jk176/kisoen/`

[3] B 班によるレポート.
`http://www-st.is.kyusan-u.ac.jp/%7Es2jk100/kisoen/`
`http://www-st.is.kyusan-u.ac.jp/%7Es2jk119/kisoen/`
`http://www-st.is.kyusan-u.ac.jp/%7Es2jk195/kisoen/`

[4] C 班によるレポート.
`http://www-st.is.kyusan-u.ac.jp/%7Es2jk081/kisoen/`
`http://www-st.is.kyusan-u.ac.jp/%7Es2jk214/kisoen/`
`http://www-st.is.kyusan-u.ac.jp/%7Es2jk024/kisoen/`
`http://www-st.is.kyusan-u.ac.jp/%7Es2jk157/kisoen/`

[5] R. Kaye. Minesweeper is NP-complete. *Mathematical Intelligencer*, 22(2):9–15, 2000.

[6] Richard Kaye’s Minesweeper Pages.
`http://www.mat.bham.ac.uk/R.W.Kaye/minesw/`