# 情報技術の社会への適用

計算機を何に使うか

何らかの役に立つこと ⟶ 目的

計算機をどのように使うか

目的を達成できるように

目的の状態を実現できるように

衣食住⟶より快適に、より便利に、

より豊かに、より安全に・・・

需要 ⟷ 供給

＜計画数学＞

目的を達成するための最適な計画を作成するための方法

# ＜最適化の概念＞

最適化すべき問題

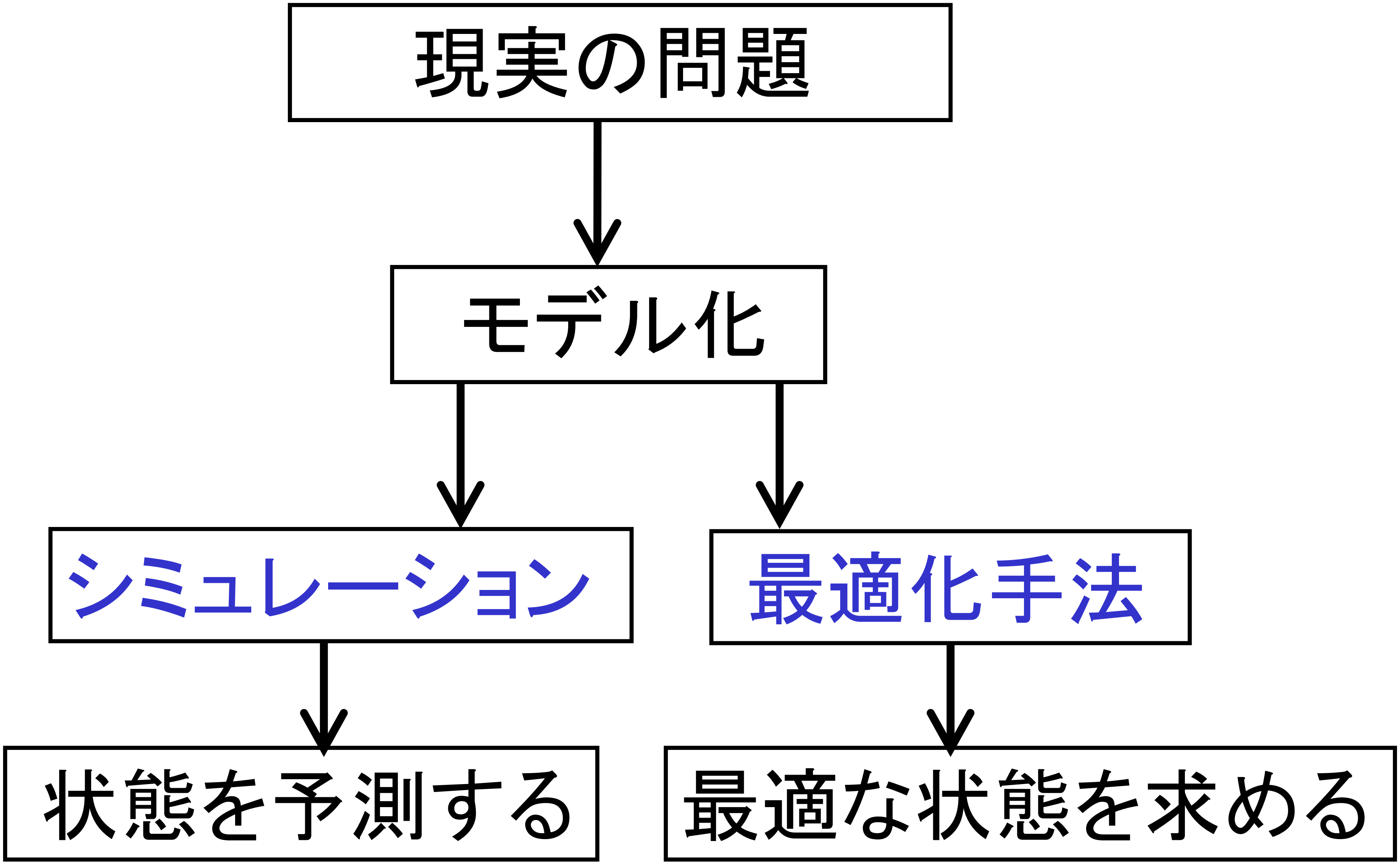
数学モデル

数理計画法

変数，数式

定められた計算手順を用いて解くための方法論

# ＜モデリングとシミュレーション＞



ORの**誕生**

第二次大戦開戦の直前、

イギリスでレーダー・システムの運用改善が発端

**高性能**な**機器**であっても

**運用方法**がいい**加減**なら

その**機器**は**最大限**の

**威力**を**発揮**することは

できない

# イギリスにおけるレーダー・システムの開発
# ードイツ軍によるイギリス本土の空襲を警戒

１９３７年．空軍の研究所長ロウ

・機械そのものの技術的な研究
（テクニカル・リサーチ）

・レーダー網全体の運用に関する研究
（オペレーショナル・リサーチ）

ブラケット（後にノーベル物理学賞）

・ドイツの潜水艦Uボートに対する爆雷攻撃

・海上封鎖時の最適な食料生産

１９４０年．ORがアメリカに伝わる

・神風特攻隊をいかに避けるか

マサチューセッツ工科大学のモース

１９５１年.「オペレーショナル・リサーチの方法」、モース・キンボール

・東京大空襲

B29の爆撃効果を高める

日本では、戦時中（１９４２年）

戦力計算室：内閣府直属の極秘機関

東条（英機）首相の視察の日をもって廃止

# どのパチンコ台で打つか？

シミュレーション

問題

　パチンコ好きの山田さん、今日こそは妻に景品を持って帰りたいと思っています。手元に残っている玉は50個。めざす景品は玉100個で交換できます。でも玉が無くなったら、これ以上資金をつぎ込まずに手ぶらで家に帰るつもりです。このパチンコ店にはA、B、C 3種類の台があります。

　Aの当たる確率は1/6で、当たると5個の玉が出ます。
　Bの当たる確率は1/12で、当たると10個の玉が出ます。
　Cの当たる確率は1/25で、当たると20個の玉が出ます。
　どの台で打つのがいいでしょうか？

どのパチンコ台で打つのがいいでしょうか？

１．Ａ

２．Ｂ

３．Ｃ

４．分からない

解決

コンピュータで１万回のモンテカルロ・シミュレーションを行った結果は下の通りです。

大当たりを期待してＣで打つのが良いようですが、今日も手ぶらで帰ることになりそうですね、山田さん。

試行回数：10000 回

| | 勝ち | 負け | 勝率 |
|---|---|---|---|
| A | 106 | 9,894 | 1.1% |
| B | 1,128 | 8,872 | 11.3% |
| C | 2,103 | 7,897 | 21.0% |

シミュレーション

理論的な解析が難しい複雑なシステムに対し、モデルを作って実験し、結果を予測する

モンテカルロ・シミュレーション

乱数を使う（擬似乱数）

近年、米国が核実験禁止に積極的

これまでの核実験で蓄積した膨大なデータをもとに、確度の高いシミュレーションが可能になった

# ラーメン店の行列
# 待ち時間は何分？

**待ち行列**

**問題**

人気のラーメン店に、いま10人が並んでいます。列を観察していると、3分に1人のペースでお客さんがやってきます。

店に入れるまで、だいたい何分ぐらいかかるでしょうか？

店に入れるまで、だいたい何分くらいかかるでしょうか？

１．10分

２．20分

３．30分

４．1時間以上

**解決**

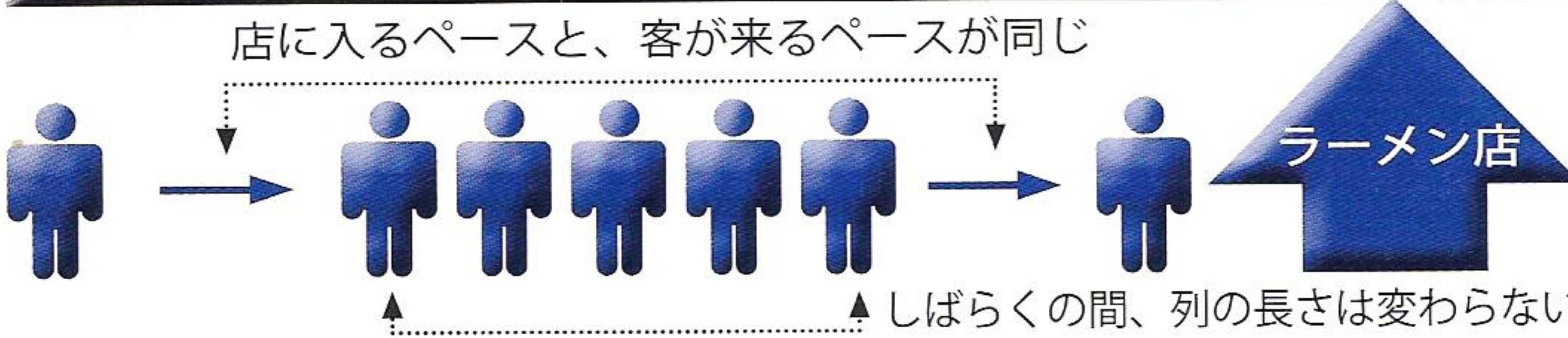
行列の長さと待ち時間について、「リトルの公式」が知られています。これを使うと3（分／人）×10（人）＝30（分）で、予想待ち時間は30分となります。

ただしこの公式は、しばらくの間は列の長さが変わらない定常状態を前提としているので、たとえばランチタイムの始まりかけ・終わりかけには使えません。

**リトルの公式**

$$T = N / n$$

平均待ち時間（時間）　並んでいる人数（人）　1時間に来る客の数（人／時間）



ATM、エレベータ、電話回線、サーバ、等

- 顧客の到着パターン
- サービスのパターン
- 待合室の大きさ
- フォーク型
  一列に並んで空いたところを順次利用
- 心理的要因

# ダイエットのカロリー管理

線形計画

問題

ダイエット中のＡさんは朝食に２種類の栄養補助食品ＸとＹを何個か食べようと考えています。ＸとＹの成分表示は右のとおりです。鉄分・カルシウム・ビタミンＣの所要量を満たしつつ、カロリーを最小にするには、ＸとＹを何個ずつ食べればよいでしょうか？

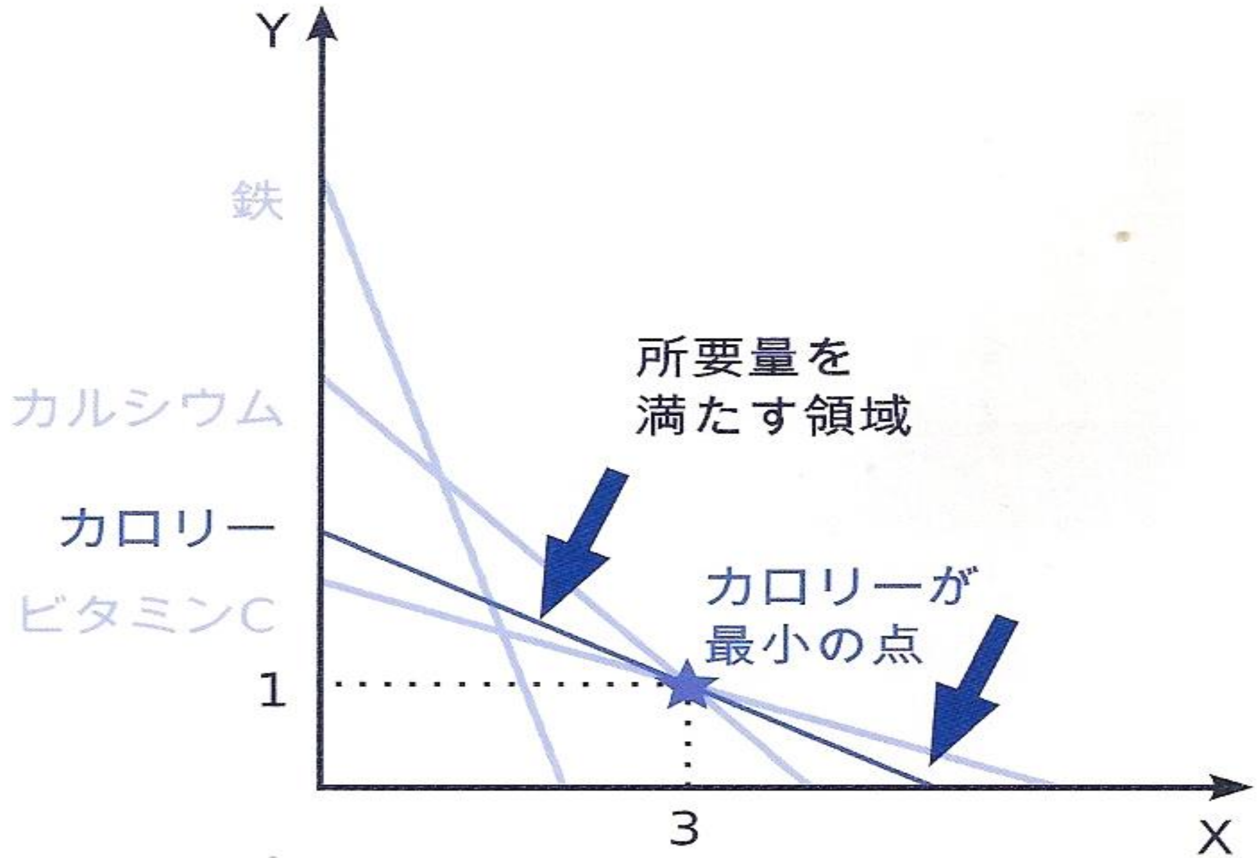
| | | 鉄 | カルシウム | ビタミンC | カロリー |
|---|---|---|---|---|---|
| 含有量 | X | 3mg | 50mg | 10mg | 50kcal |
| | Y | 1mg | 50mg | 30mg | 100kcal |
| 所要量 | | 6mg | 200mg | 60mg | |

**解決**

この問題の目的関数・制約条件は、次ページの１次式（線形式）で表すことができます。

グラフを描きます。栄養素の所要量を満たす X, Y の組は、グラフ右上の青色の部分になります。一方、カロリーは下のグラフの濃い青色の直線（50x+100y=c のグラフ）で表されます。左下になるほど、カロリーＣが小さいことを意味します。

カロリーが最小になるのは、右上の青色の部分と、濃い青色の直線が接するところです。そのときのカロリーは 250kcal で、X を３個、Y を１個食べればよいことがわかります。



# 円高になっても
# 円安になっても
# それなりの利益を得る株投資

**金融工学**

**問題**

三原さんが株式投資を検討中です。A 自動車は円安だと業績が良くなり、円高になると業績が悪化して株価が下がるようです。B 貿易はその逆の動きをします。円高になっても円安になってもそれなりの収益を得るには、A・B をどのような比率で買えば良いでしょうか？

| | 現在の株価 | 将来の株価 | |
|---|---|---|---|
| | | 円高の場合 | 円安の場合 |
| A 自動車 | 100 | 90 | 110 |
| B 貿易 | 100 | 140 | 80 |

解決

一般にポートフォリオ理論では、反対の値動きをする金融商品を同時に保有することで、資産価値の変動を少なくすることができます。

この問題では、AとBとを1対3の割合で購入するようにすれば、円高・円安のリスクを完全に打ち消して、収益だけを得ることができます。

| | 購入数 | 現在の評価額 | 将来の評価額 | |
|---|---|---|---|---|
| | | | 円高の場合 | 円安の場合 |
| A 自動車 | 3 | 300 | 270 | 330 |
| B 貿易 | 1 | 100 | 140 | 80 |
| 合計 | 4 | 400 | 410 | 410 |

## 金融工学

資産運用やリスクマネジメントにかかわる数理的技術の総称

・現代ポートフォリオ理論：マーコビッツ

複数の金融商品を組合せてより良い資産構成を作る（1950年代）。

・デリバティブ（金融派生商品）の価格理論：ブラック、ショールズ（ 1970年代）

・ブラック・ショールズ・マートンの公式

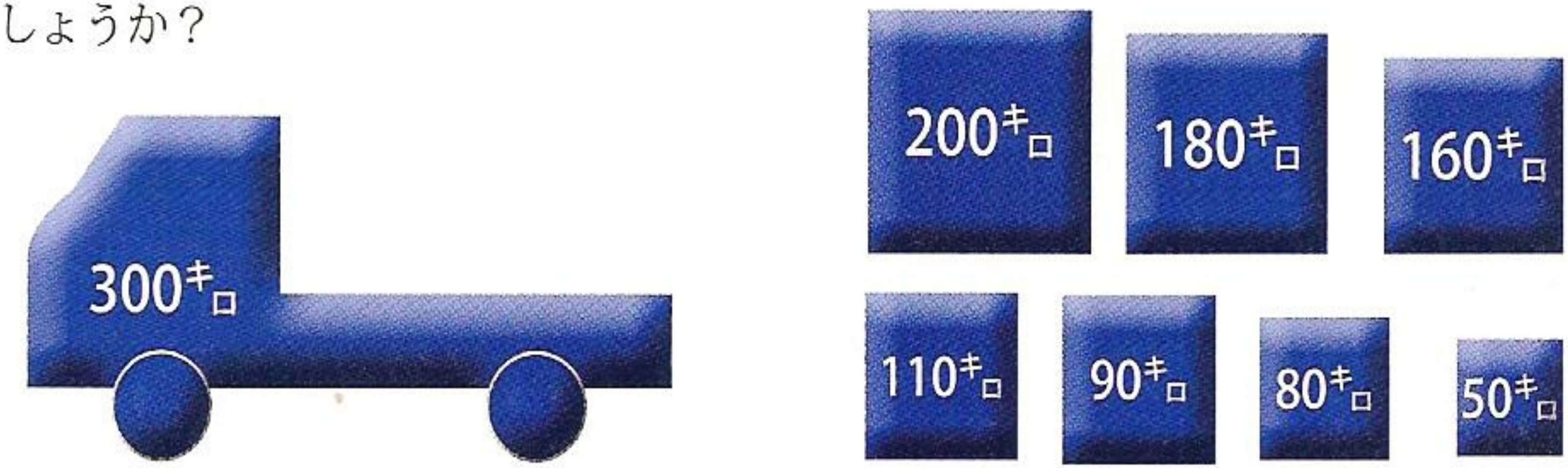
オプション価格を価格変動率から算出

# 効率よく
# トラックで荷物を運ぶ

組み合わせ最適化

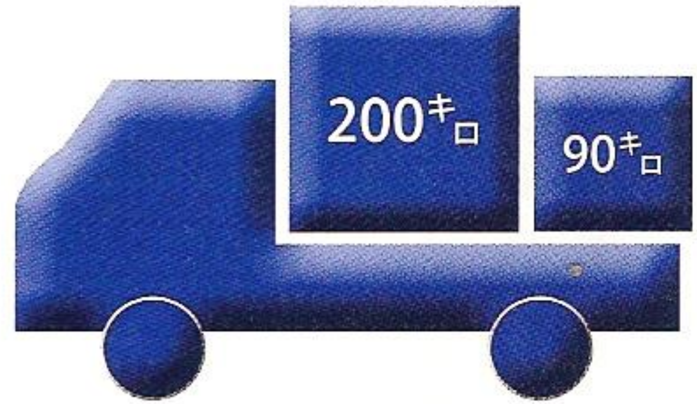
**問題**

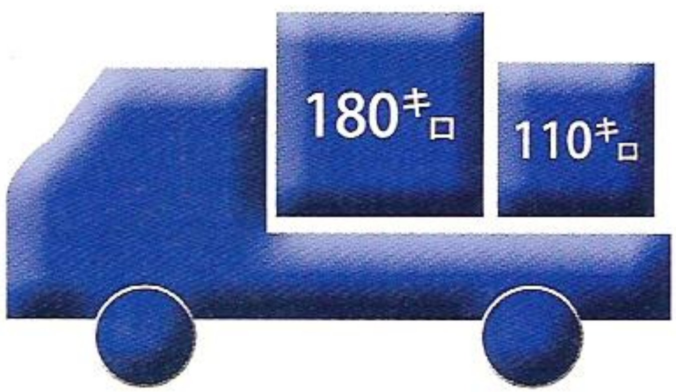
300キロまで積める軽トラックで、200、180、160、110、90、80、50キロの７個の荷物を運びます。どのような組み合わせで積めば、往復する回数が少なくて済むでしょうか？

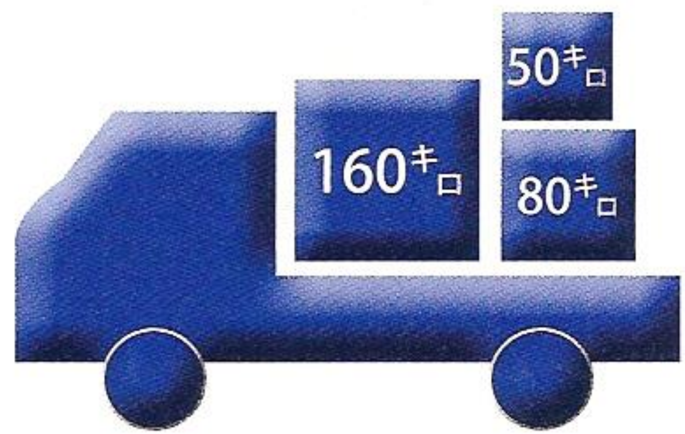


## 解決

上の場合は、（180、110）（200、90）（160、80、50）の組み合わせで運ぶのが最適です。大きなものから順に考えるのがおすすめです。



## ＜人工知能＞

コンピュータの進歩

・チェスの世界チャンピオンに勝利

・全米クイズ王に勝利

・将棋でプロ棋士（高段者）に勝利

# モデル化とシミュレーション

何かを計画して実行するときに，それがうまくいくかどうかを事前に検討できると便利であり，このためにモデルが使われる。モデルを使って実際の現象や実物の動きをいろいろと模擬することをシミュレーションとよび，将来の予測をしたり意思決定をしたりする。ここではモデル化とシミュレーションについての概要を学習しよう。

## モデル：実物に「似せたもの」

モデルは遊びのなかだけでなく，企業活動や社会活動において，問題の解決策を探したり意思決定②をするために使われる。たとえば，企画案のなかから最もよい案を決めたり③，危険をともなうため実物を使って実験できないとき④，実物を使うより経済的であるとき⑤に，モデルを通して対象を理解し，問題を解決する。

# モデル化の手順

①モデル化の目的を明らかにする

・どのような行動を調べるのか，何を予測するのかなど，何のためにモデルをつくるのかを明確にする。

②モデルの構造を決定する

・モデルの特徴をあらわすおもな要素をみつけ，要素間の関係を明らかにする①。

③モデルを数式などの形で表現する

・要素間の関係を図であらわしたり，要素の状態や変化を数式であらわしたりしてモデル化する。

・モデルには，実物を小さくした**縮小モデル**，対象の構成要素とその関係だけに注目してあらわした**図的モデル**②，対象の状態を数学的にあらわした**数式モデル**などがある。

# モデル化する

## 例題1　ゴールデンウィークの計画をたてる

### 1．目的を明確化する

モデル化では，まず目的を明確にすることが重要である。ここでの目的は「ゴールデンウィークにやりたいことをできるだけ多くやり，有意義にすごすために，どのような順序でやればよいかみつけだすこと」と考えることにする。

### 2．構造を決定する

旅行をすると勉強する気が出る

「旅行をしたい」→
「勉強する気を出したい」
「順序関係がある」

順序関係がある場合は○

| 番号 | 要素の内容 |
|---|---|
| 1 | 旅行をしたい |
| 2 | ゆっくり休憩をしたい |
| 3 | 勉強する気を出したい |
| 4 | 友達とおしゃべりしたい |

1から2：旅行には時間がかかり，ゆっくり休憩する時間がとれないので×とする
1から3：旅行を楽しむと，さあ勉強しようという気になると考えて○とする
1から4：旅行には時間がかかり，おしゃべりする時間をとりにくくなると考えて×とする

2から1：ゆっくり休憩した後で，旅行に出かけることはよくないと考えて×とする
2から3：ゆっくり休憩すると，さあ勉強しようという気になると考えて○とする
2から4：ゆっくり休憩すると，友達とおしゃべりする時間をとりにくくなると考えて×とする

3から1：さあ勉強しようという気になった後，何かをすることはよくないと考えて×とする
3から2，3から4：これらも同上なので×とする

4から1：友達とおしゃべりすると旅行に出やすくなる，とは考えられないので×とする
4から2：友達とおしゃべりすると，後でゆっくり休憩しやすいと考えて○とする
4から3：友達とおしゃべりすると，さあ勉強しようという気になると考えて○とする

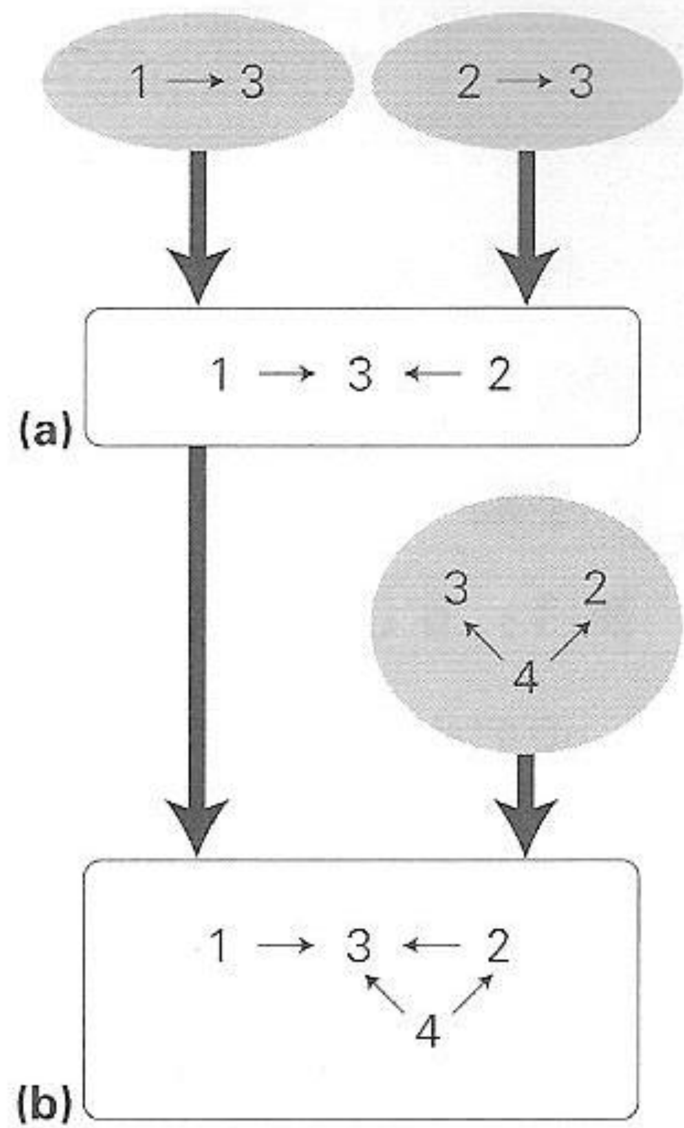
## 3．関係表をつくる

| | a | b |
|---|---|---|
| a | | ○ |

| | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | | × | ○ | × |
| 2 | × | | ○ | × |
| 3 | × | × | | × |
| 4 | × | ○ | ○ | |

## 4. 図的モデルをつくる

| | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | | × | ○ | × |
| 2 | × | | ○ | × |
| 3 | × | × | | × |
| 4 | × | ○ | ○ | |



■図1　順序関係の図

# 4 シミュレーションとは

国や地域の経済・環境問題を解決するための将来計画や，発電所や航空機の設計などでは，それらが目的どおりに機能するかどうかを検討する必要がある。そのために，実物を使ったり，縮小モデルを作成して実験を行う。これを**シミュレーション**という。実物を使うシミュレーションには，列車の走行実験や避難訓練などがあり，縮小モデルにより実験を行うものには船や航空機の設計などがある。また，実物や縮小モデルのかわりに，その特徴をあらわす数式モデルや図的モデルをつくって行う方法がある。

# 5 シミュレーションの手順

シミュレーションの手順は，次のようになる。

①モデルを動かして実験する

②モデルが正しいかどうか確認する

・実験結果と実際のデータを比較する。

・モデルが非現実的な動きをしていないか検討する。

・問題があれば，モデルを修正する。

③モデルを利用する

・さまざまな条件のもとでモデルを動かしてデータを得る。

・いろいろな案に対し最もよい答えを出し予測や意思決定を行う。

## 例題2　有意義なゴールデンウィークのすごし方を決める

### ▶1．すごし方をみつけだす

モデルを使っていくつかのすごし方のなかから最も有意義なすごし方を決める，つまり意思決定をするためのデータを得る必要がある。このために，例題1の図1を使って実行可能な順序をすべてみつけだす。

①項目が多くなると手作業ではたいへんなので，普通はコンピュータを利用して効率よく行う。

図1(b)は，美希さんがゴールデンウィークにやりたいことの順序すべてをあらわしている。1から出発する1→3と，4から出発する4→2→3，4→3の2つがあることがわかる①。

## 2．シミュレーションと妥当性（だとうせい）の検討

得られた3つのすごし方を順に追ってたどってみる。これがシミュレーションにあたる。

## 3．意思決定

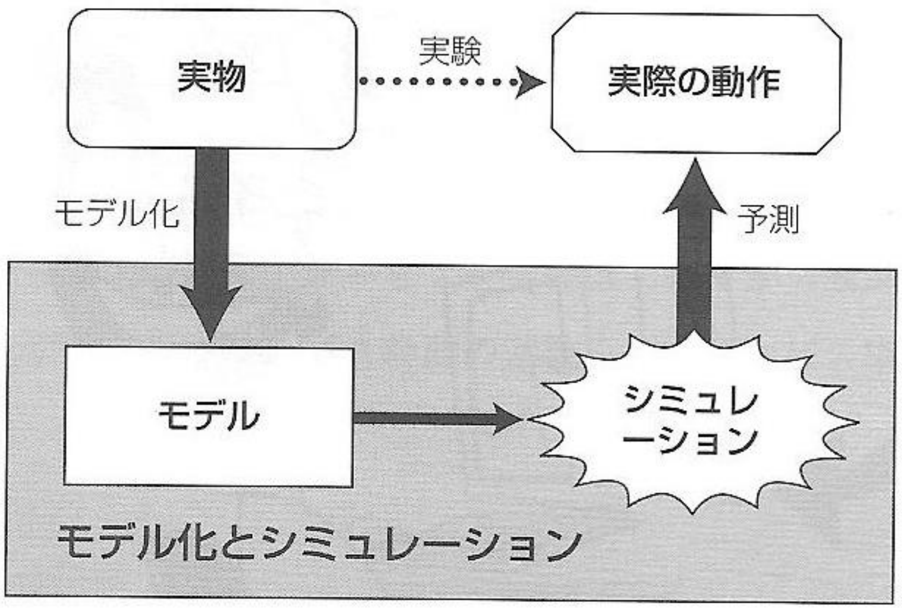
図1(b)より3通りのすごし方があることがわかった。これらを比較すると，4→2→3，つまり，「友達とおしゃべりする」→「ゆっくり休憩する」→「勉強する気を出す」という順序が，できるだけ多くやりたいことをして有意義にすごすという目的にかなっている。

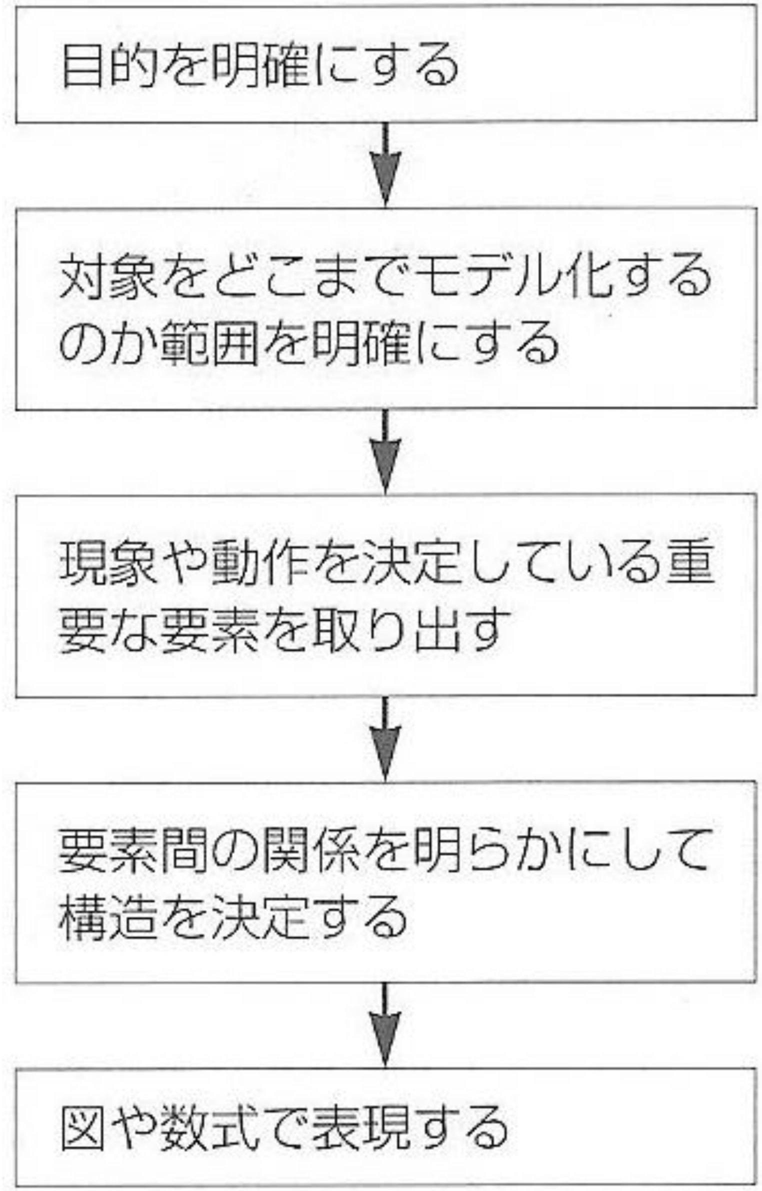
そこで，美希さんはこの順序でゴールデンウィークをすごすことにした。

**問1** 美希さんは映画をみたくなり，表1に「5　映画をみたい」を追加し，要素間の関係を次のように考えた。これを含めて関係表（表4）を修正しなさい。また，順序関係の図（図1）を完成させ，ゴールデンウィークのすごし方を決定しなさい。

| | |
|---|---|
| 1から5：旅行をした後は映画をみたくないので×とする<br>2から5：ゆっくり休憩した後，映画をみることは疲れると考えて×とする<br>3から5：さあ勉強しようという気になった後，何かをすることはよくないと考えて×とする<br>4から5：友達とおしゃべりした後，映画をみてもおもしろくないと考えて×とする | 5から1：映画をみると旅行に出やすくなる，とは考えられないので×とする<br>5から2：映画をみた後は，ゆっくり休憩しやすいと考えて○とする<br>5から3：映画をみると，さあ勉強しようという気になると考えて○とする<br>5から4：映画をみると，それを話題に友達とおしゃべりしやすくなると考えて○とする |

# モデルの種類




■図2　モデル化の手順

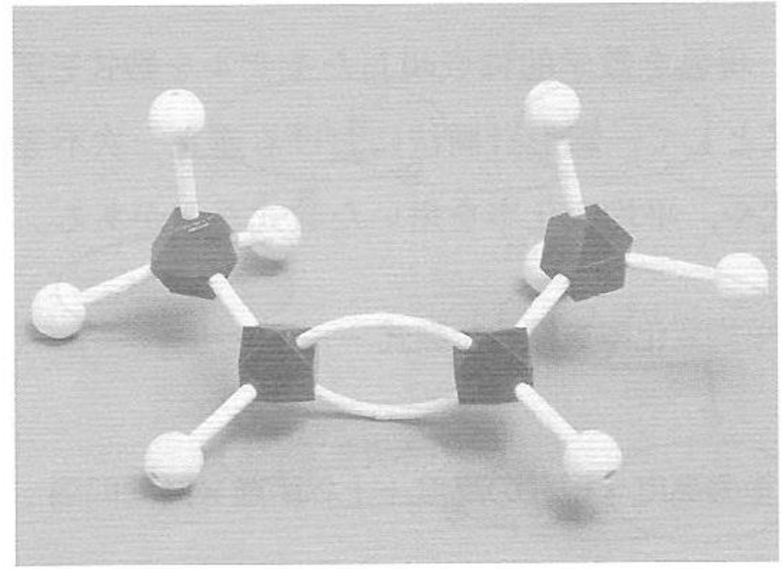
# モデルの分類

- 表現形式による分類
  - 物理的モデル
    - 実物モデル
    - 拡大モデル
    - 縮小モデル
  - 図的モデル
    - ブロック線図
    - フローモデル
    - 状態遷移図
  - 数式モデル
    - 連立一次不等式と一次関数からなる式
    - 平均変化率を用いた式

- 対象の特性による分類
  - 動的モデル
  - 静的モデル
  - 連続時間モデル
  - 離散時間モデル
  - 確定的モデル
  - 確率的モデル

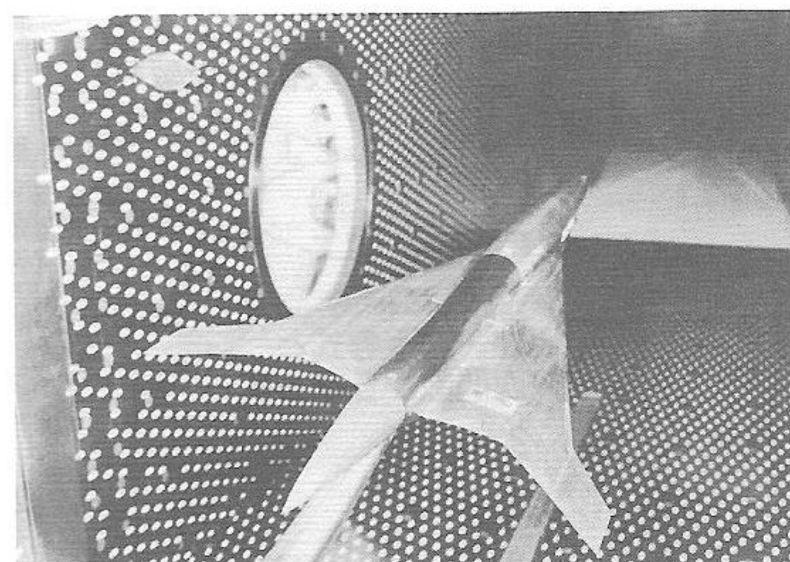
## ❶物理的モデル

具体的な模型を実際につくって表現したモデルを**物理的モデル**とよぶ。物理的モデルには，モデルハウスや試作車など実物と同じ大きさの**実物モデル**と，実物を拡大あるいは縮小した**模型**などがある。



(b) 拡大モデル

(a) 実物モデル

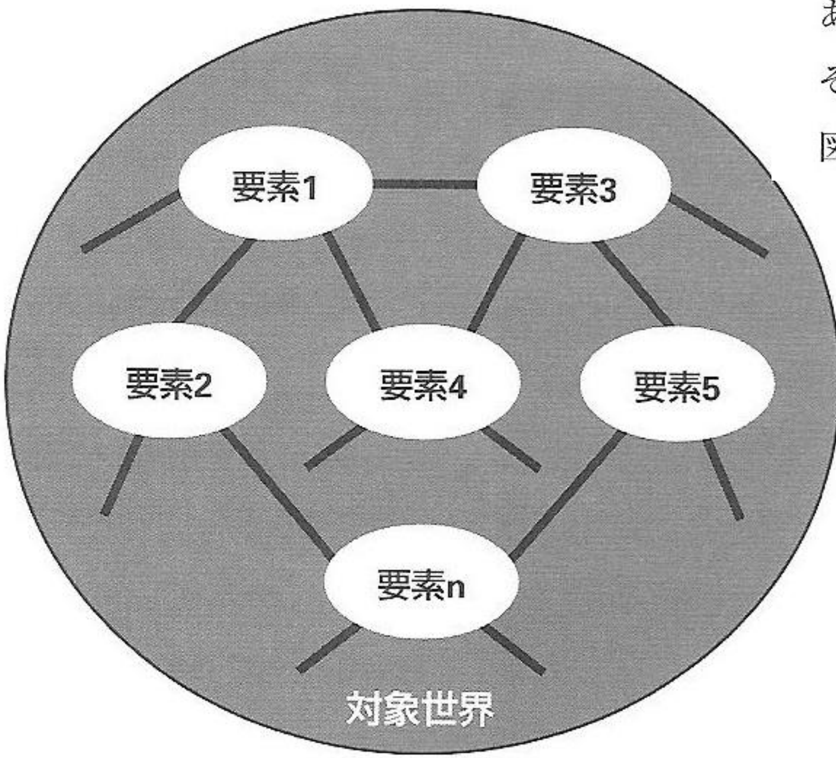


(c) 縮小モデル

### ❷図的モデル

**図的モデル**は，対象の構造をわかりやすく図であらわしたものであり，全体のしくみが一目でわかるようにあらわすことができる。

とくに対象が複雑で大規模な場合，次に述べる数式モデルで直接あらわすことはむずかしい。そこで，全体をいくつかに分けてそれぞれの部分は数式モデルであらわし，各部分の結合状態については図的モデルにして全体をあらわす手法が取られる。




■図5　図的モデルの概念

図的モデルは，会社組織を階層構造であらわしたり，情報，物やお金の流れ，作業工程や処理手順，コンピュータ・プログラムの処理の流れをあらわしたりするのに用いられる。代表的なものとして，ブロック線図①(→p.65)，フローモデル(→p.66)，状態遷移図(→p.17)などがある。

また，複雑で不明瞭（ふめいりょう）な問題に対しては，まず，問題を整理したり構造を明らかにするために図的モデルをつくり，次に，この図的モデルから数式モデルをつくる場合が多い。このように，図的モデルは数式モデルを作成するための第一歩として用いられる。

### ❸数式モデル

数値や変数等により，現象を数学的に表現したモデルを**数式モデル**とよぶ。代表的な数式として，線形計画法における連立一次不等式と一次関数からなる式や，平均変化率を用いた数式などがある。
(→p.20) (→p.31)

**連立一次不等式と一次関数からなる式**

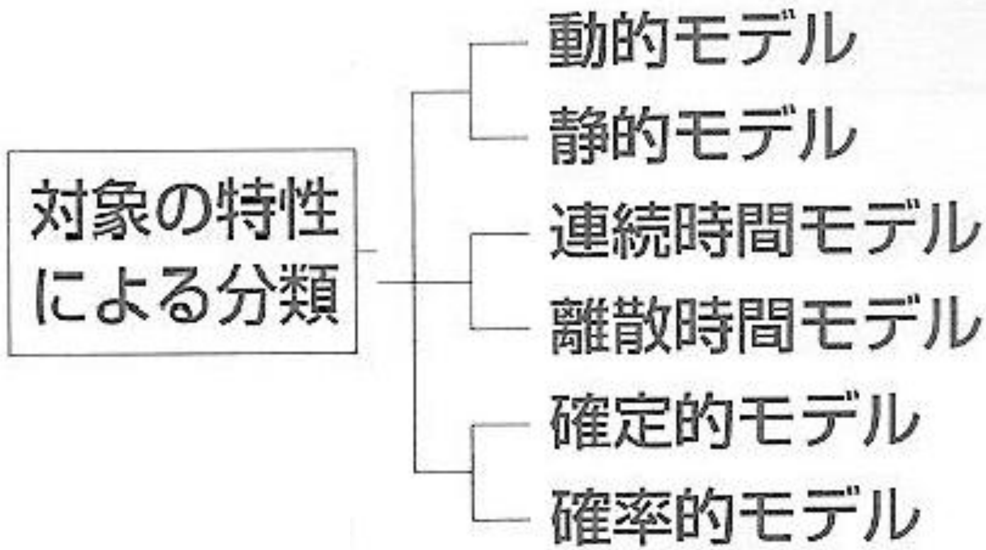
$3x+2y \leqq 30$

$10x+15y \leqq 150$

$z=4x+3y$

**平均変化率を使った数式**

変化後の高度＝現在の高度＋上昇距離×時間間隔

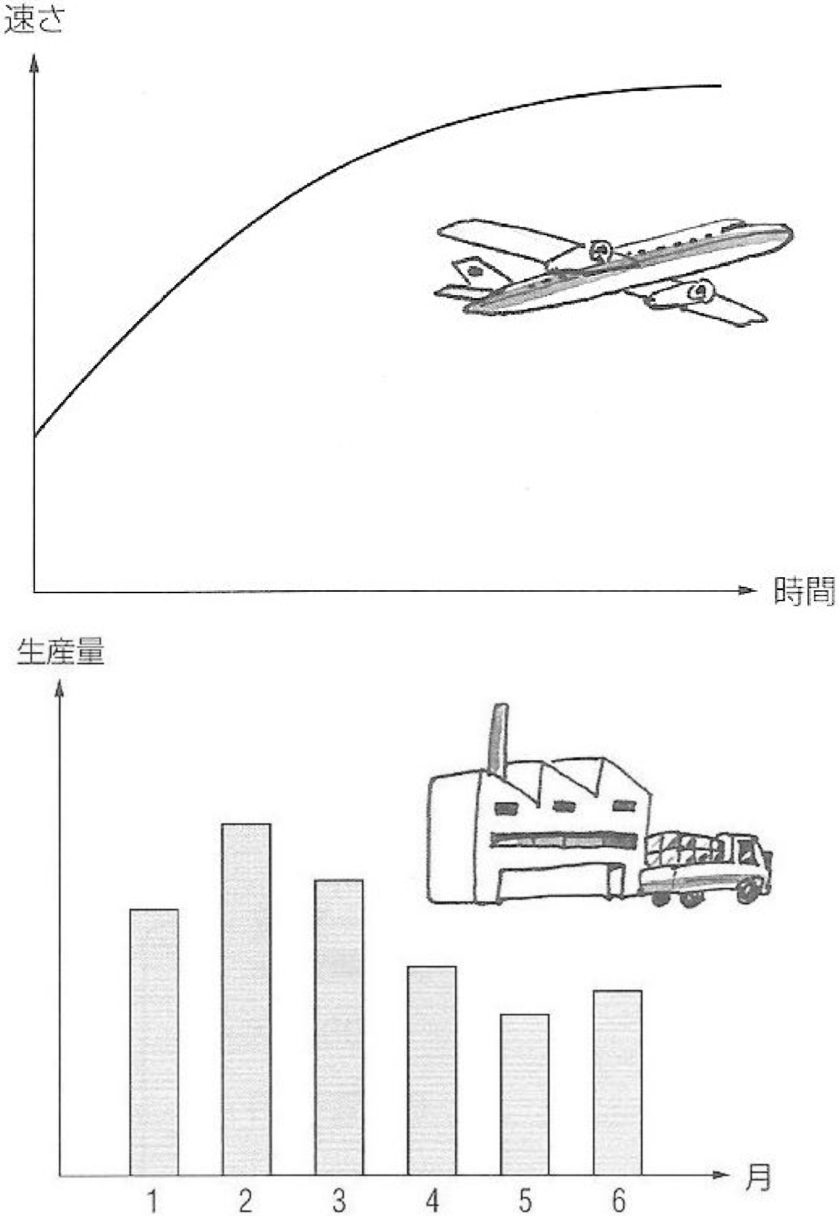



## 2——対象の特性による分類

### ❶動的モデルと静的モデル

**動的モデル**とは，物体の運動や経済変動のように時間の経過とともに変化する現象をモデル化したものであり，平均変化率を用いた式などであらわされる。これに対し，時間の経過を考える必要のない現象をモデル化したものを**静的モデル**とよび，連立一次不等式と一次関数からなる式などであらわされる。

## ❷連続時間モデルと離散時間モデル




■図6　連続時間モデル（上）と離散時間モデル（下）

時間の経過とともに変化する現象は，企業の生産量や売上額，国の経済データや人口データのように，1年や1か月ごとなどの離散時間ごとにとらえることができる現象が多くある。このような現象は離散時間で表現されるので**離散時間モデル**とよばれる。これに対し，時間に関して連続値であらわされるモデルを**連続時間モデル**とよぶ。

### ❸確率的モデルと確定的モデル

不規則な動作をする現象や，偶然的な要素によって決まる現象をモデル化したものを**確率的モデル**とよぶ。これに対し，確率的な要素がはいらないモデルを**確定的モデル**とよぶ。

たとえば，スーパーマーケットのレジにくる客の到着時間は不規則と考えられるので，混雑時に行列ができるようすをモデル化するのに確率的モデルがつくられる。また，自動車の通過量が多い道路で，その流れを水のような流体として考える場合，確定的モデルがつくられる。しかし，自動車は不規則な時間間隔で１つの場所を通過すると考える場合，確率的モデルがつくられる。このように，とらえ方によって１つの現象でもモデルの表現形式は異なってくる。

## ＜数理計画＞

対象とする数理モデルが現実のどのような問題を定式化したものであるかにかかわらず、数学的構造がおなじであれば共通の方法が適用できる。

# 数理計画法

目的関数：

$f(\mathbf{x}) = f(x_1, x_2 \cdots x_n)$

　－＞最小化

制約条件：

$g_1(\mathbf{x}) \leqq 0$

$g_2(\mathbf{x}) \leqq 0$

・・・・・・

$g_m(\mathbf{x}) \leqq 0$

$f(\mathbf{x})$，$g_i(\mathbf{x})$が線形（一次式）

　－＞線形計画問題

$f(\mathbf{x})$または$g_i(\mathbf{x})$が非線形

　－＞非線形計画問題

変数　$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \cdots x_n)$

の値が整数値（離散量）

　－＞整数計画問題

（離散的最適化問題

　組合せ最適化問題）

# ＜数理計画モデル＞

- 線形計画問題
- ネットワーク計画問題
- 非線形計画問題
- 組合せ計画問題

| 講義計画 | テーマ | 内　容 |
|---|---|---|
| 第1回 | 概論 | モデリングとシミュレーションの概要 |
| 第2回 | モデリング方式（1） | 線形モデル |
| 第3回 | モデリング方式（2） | ネットワークモデル |
| 第4回 | モデリング方式（3） | 非線形モデル |
| 第5回 | モデリング方式（4） | 離散型モデル |
| 第6回 | 問題演習 | モデリング方式の問題演習 |
| 第7回 | シミュレーション方式（1） | 連続型シミュレーション |
| 第8回 | シミュレーション方式（1） | 離散型シミュレーション |
| 第9回 | シミュレーション方式（1） | エージェントシミュレーション |
| 第10回 | 問題演習 | シミュレーション方式の問題演習 |
| 第11回 | 問題解決の事例紹介（1） | 最適化手法の適用 |
| 第12回 | 問題解決の事例紹介（2） | シミュレーション手法の適用 |
| 第13回 | 問題演習 | 問題解決の事例の問題演習 |
| 第14回<br>第15回 | 総合演習<br>まとめ及び期末テスト |  |

期末テスト（50%）、問題演習・レポート（50%）で評価