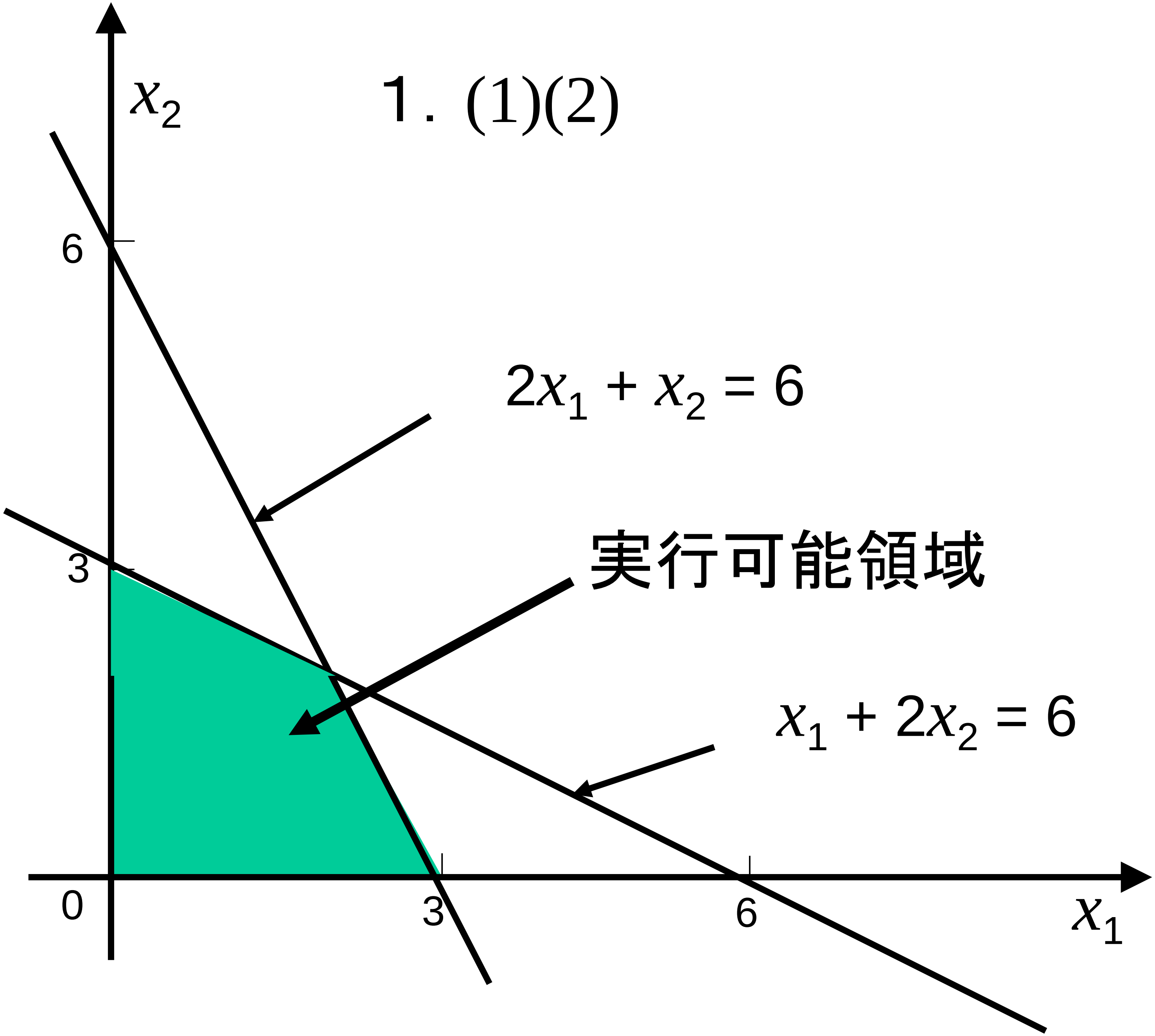
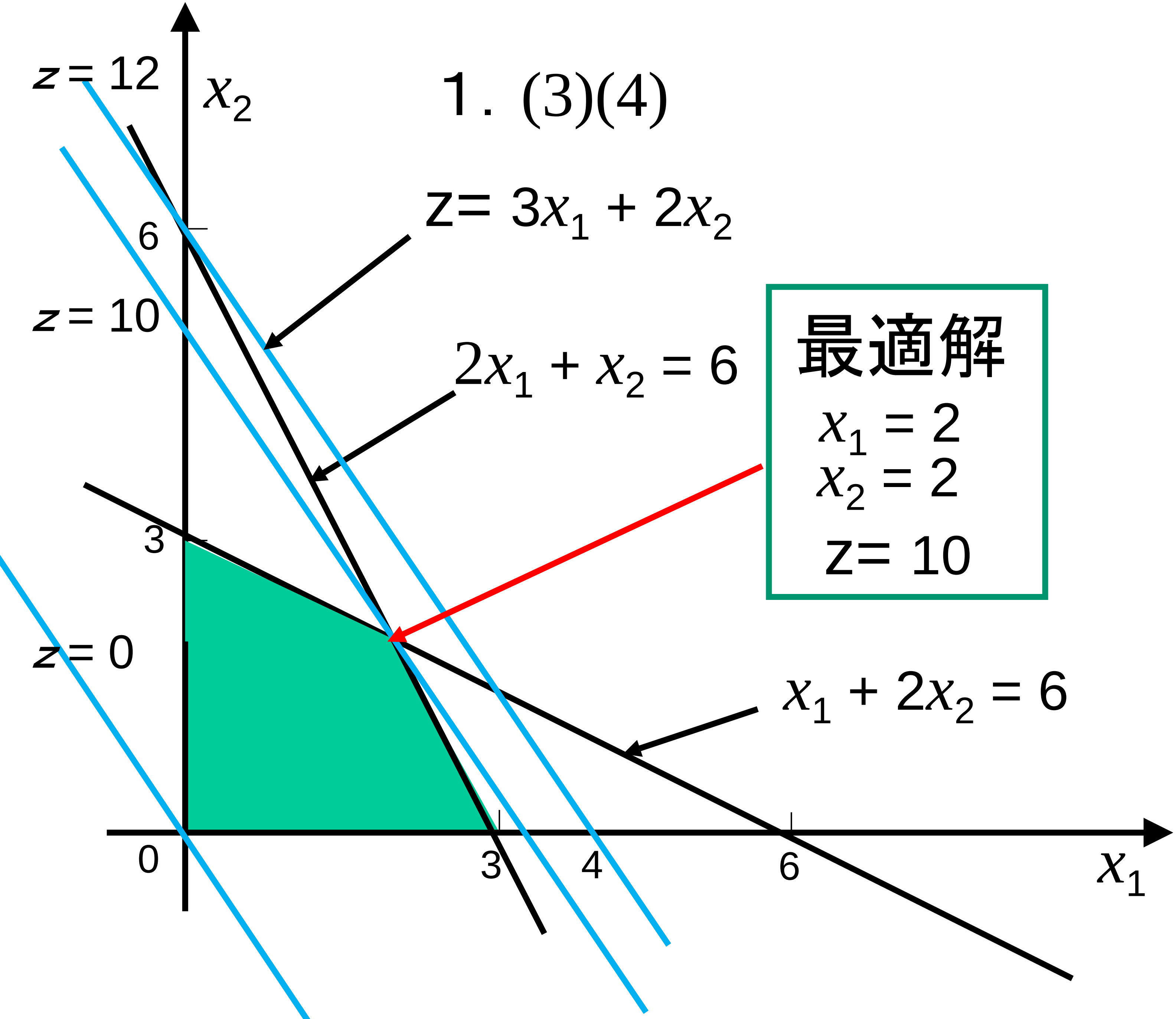

1. (1)(2)
x_2
6
3
0
3
6
x_1
$2x_1 + x_2 = 6$
実行可能領域
$x_1 + 2x_2 = 6$

1. (3)(4)



１. (5)

＜標準形＞

目的関数: $-3x_1 - 2x_2 \longrightarrow$ 最小

制約条件:

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} 2x_1 & + & x_2 & + & x_3 & & & = & 6 \\ x_1 & + & 2x_2 & & & + & x_4 & = & 6 \end{array}$$

$$x_1 \geqq 0\ ,\ x_2 \geqq 0\ ,\ x_3 \geqq 0\ ,\ x_4 \geqq 0$$

1. (6)

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 + x_3 &= 6 \\ x_1 + 2x_2 + x_4 &= 6 \end{aligned}$$

(f) $x_1 = x_2 = 0$

$$\begin{aligned} x_3 &= 6 \\ x_4 &= 6 \end{aligned} \qquad z = 0$$

$$\boldsymbol{x} = (0,0,6,6)^{\mathrm{T}} : \boldsymbol{x}_{\mathrm{B}} = (x_3,x_4)^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{x}_{\mathrm{N}} = (x_1,x_2)^{\mathrm{T}}$$

(c) $x_2 = x_3 = 0$

$$\begin{aligned} 2x_1 &= 6 \\ x_1 + x_4 &= 6 \end{aligned} \qquad z = 9$$

$$\boldsymbol{x} = (3,0,0,3)^{\mathrm{T}} : \boldsymbol{x}_{\mathrm{B}} = (x_1,x_4)^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{x}_{\mathrm{N}} = (x_2,x_3)^{\mathrm{T}}$$

(a) $x_3 = x_4 = 0$

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 &= 6 \\ x_1 + 2x_2 &= 6 \end{aligned} \qquad z = 10$$

$$\boldsymbol{x} = (2,2,0,0)^{\mathrm{T}} : \boldsymbol{x}_{\mathrm{B}} = (x_1,x_2)^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{x}_{\mathrm{N}} = (x_3,x_4)^{\mathrm{T}}$$

$\boxed{x_1 = 0}$ x_2 軸

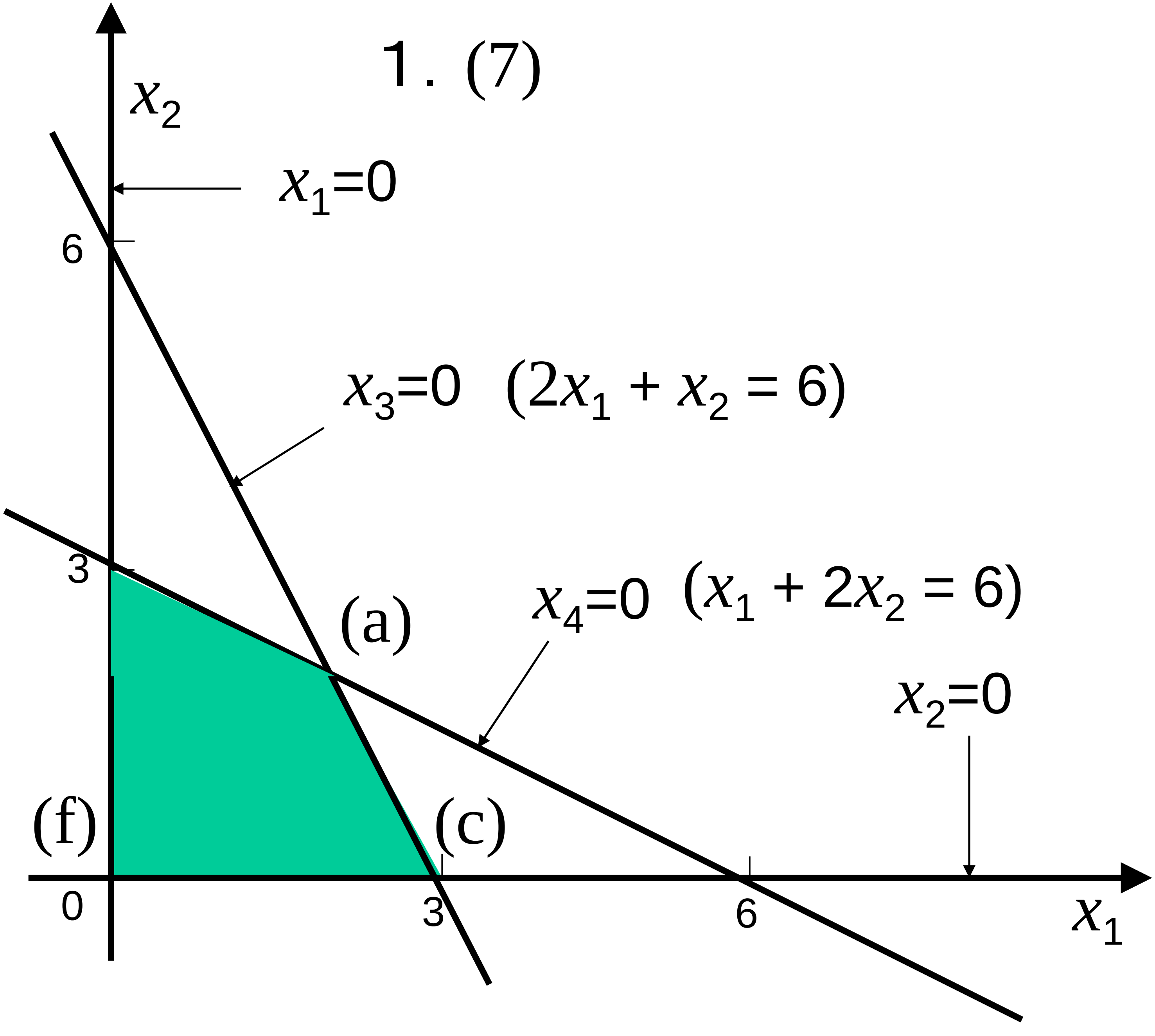
$\boxed{x_2 = 0}$ x_1 軸

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 6$$

$\boxed{x_3 = 0}$ 直線: $2x_1 + x_2 = 6$

$$x_1 + 2x_2 + x_4 = 6$$

$\boxed{x_4 = 0}$ 直線: $x_1 + 2x_2 = 6$


1. (7)
x_2
x_1=0
6
x_3=0 ($2x_1 + x_2 = 6$)
3
(a)
x_4=0 ($x_1 + 2x_2 = 6$)
x_2=0
(f)
(c)
0
3
6
x_1

1．(8) 目的関数： $-3x_1 - 2x_2 + 0x_3 + 0x_4$

制約条件：

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 6$$

$$x_1 + 2x_2 + x_4 = 6$$

(f) $\boldsymbol{x} = (0,0,6,6)^T$ ： $\boldsymbol{x}_B = (x_3, x_4)^T$, $\boldsymbol{x}_N = (x_1, x_2)^T$

$$\boldsymbol{c}^T{}_N - \boldsymbol{c}^T{}_B B^{-1} N = (-3,-2) - (0,0)\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

最適ではない $=(-3,-2)$

(c) $\boldsymbol{x} = (3,0,0,3)^T$ ： $\boldsymbol{x}_B = (x_1, x_4)^T$, $\boldsymbol{x}_N = (x_2, x_3)^T$

$$\boldsymbol{c}^T{}_N - \boldsymbol{c}^T{}_B B^{-1} N = (-2,0) - (-3,0)\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

最適ではない $=(-1/2,3/2)$

１. (8) 目的関数: $-3x_1-2x_2+0x_3+0x_4$

制約条件: $2x_1+x_2+x_3=6$

$x_1+2x_2+x_4=6$

(a) $\boldsymbol{x}=(2,2,0,0)^{\mathrm{T}}$: $\boldsymbol{x}_{\mathrm{B}}=(x_1,x_2)^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{x}_{\mathrm{N}}=(x_3,x_4)^{\mathrm{T}}$

$$\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}{}_{\mathrm{N}}-\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}{}_{\mathrm{B}}\mathrm{B}^{-1}\mathrm{N}=(0,0)-(-3,-2)\begin{bmatrix}2 & 1\\ 1 & 2\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$=(0,0)-(-3,-2)\begin{bmatrix}2/3 & -1/3\\ -1/3 & 2/3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

$\boxed{\text{最適解}}$

$$=(4/3,1/3)$$

補足:実際の解き方

すべてを1度に求める。

目的関数: $-3x_1-2x_2$

制約条件:
$$2x_1 + x_2 + x_3 = 6$$
$$x_1 + 2x_2 + x_4 = 6$$

-3	-2	0	0	0
2	1	1	0	6
1	2	0	1	6

基底解 (a) $\boldsymbol{x}_\mathrm{B} = (x_1, x_2)^\mathrm{T}$, $\boldsymbol{x}_\mathrm{N} = (x_3, x_4)^\mathrm{T}$,

x_1	x_2	x_3	x_4	
-3	-2	0	0	0
2	1	1	0	6
1	2	0	1	6

行列の基本変形

0	0	4/3	1/3	10
1	0	2/3	-1/3	2
0	1	-1/3	2/3	2

-3	-2	0	0	0
1	1/2	1/2	0	3
1	2	0	1	6

0	-1/2	3/2	0	9
1	1/2	1/2	0	3
0	3/2	-1/2	1	3

0	-1/2	3/2	0	9
1	1/2	1/2	0	3
0	1	-1/3	2/3	2

$\boldsymbol{x}_{\mathrm{B}} = (x_1, x_2)^{\mathrm{T}}, \quad \boldsymbol{x}_{\mathrm{N}} = (x_3, x_4)^{\mathrm{T}}$

	x_1	x_2	x_3	x_4	
	$\boldsymbol{c}_{\mathrm{B}}$		$\boldsymbol{c}_{\mathrm{N}}$		
	-3	-2	0	0	0
	2	1	1	0	6
	1	2	0	1	6
	B		N		$\boldsymbol{b}$

$\times \mathrm{B}^{-1}$

-3	-2	0	0	0
1	0	2/3	-1/3	2
0	1	-1/3	2/3	2
		$\mathrm{B}^{-1}\mathrm{N}$		$\mathrm{B}^{-1}\boldsymbol{b}$

$\boldsymbol{c}_{\mathrm{N}} - \boldsymbol{c}_{\mathrm{B}}\mathrm{B}^{-1}\mathrm{N}$

0	0	4/3	1/3	10
1	0	2/3	-1/3	2
0	1	-1/3	2/3	2
		$\mathrm{B}^{-1}\mathrm{N}$		$\mathrm{B}^{-1}\boldsymbol{b}$

$-\boldsymbol{c}_{\mathrm{B}}\mathrm{B}^{-1}\boldsymbol{b}$

$\boldsymbol{c}_{\mathrm{B}} - \boldsymbol{c}_{\mathrm{B}}(\mathrm{B}^{-1}\mathrm{B})$

$\boldsymbol{c}_{\mathrm{N}} - \boldsymbol{c}_{\mathrm{B}}\mathrm{B}^{-1}\mathrm{N}$

$0 - \boldsymbol{c}_{\mathrm{B}}\mathrm{B}^{-1}\boldsymbol{b}$

$$
\begin{array}{cc|c}
\boldsymbol{c}_{\mathrm{B}} & \boldsymbol{c}_{\mathrm{N}} & \\
\boxed{-3 \quad -2} & \boxed{0 \quad 0} & 0 \\
\hline
\boxed{\begin{array}{cc} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{array}} & \boxed{\begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array}} & \boxed{\begin{array}{c} 6 \\ 6 \end{array}} \\
\mathrm{B} & \mathrm{N} & \boldsymbol{b}
\end{array}
$$

$\downarrow$

$\boldsymbol{c}_{\mathrm{N}} - \boldsymbol{c}_{\mathrm{B}}\mathrm{B}^{-1}\mathrm{N}$ 相対コスト係数

$$
\begin{array}{cc|c}
0 \quad 0 & \boxed{4/3 \quad 1/3} & 10 \\
\hline
\begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array} & \boxed{\begin{array}{cc} 2/3 & -1/3 \\ -1/3 & 2/3 \end{array}} & \boxed{\begin{array}{c} 2 \\ 2 \end{array}} \\
 & \mathrm{B}^{-1}\mathrm{N} &
\end{array}
$$

$-\boldsymbol{c}_{\mathrm{B}}\mathrm{B}^{-1}\boldsymbol{b}$

$= -\boldsymbol{c}_{\mathrm{B}}\boldsymbol{x}_{\mathrm{B}}$

$= -$目的関数の値

$\mathrm{B}^{-1}\boldsymbol{b} = \boldsymbol{x}_{\mathrm{B}}$ 基底解($\boldsymbol{x}_{\mathrm{N}} = 0$)

基底解 (c) $\boldsymbol{x}_{\mathrm{B}} = (x_1, x_4)^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{x}_{\mathrm{N}} = (x_2, x_3)^{\mathrm{T}}$,

x_1	x_2	x_3	x_4	
-3	-2	0	0	0
2	1	1	0	6
1	2	0	1	6

-3	-2	0	0	0
1	1/2	1/2	0	3
1	2	0	1	6

行列の基本変形

0	-1/2	3/2	0	9
1	1/2	1/2	0	3
0	3/2	-1/2	1	3

基底解 (f) $\boldsymbol{x}_B = (x_3, x_4)^T$, $\boldsymbol{x}_N = (x_1, x_2)^T$

$$
\begin{array}{cccc|c}
x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \\
-3 & -2 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
2 & 1 & 1 & 0 & 6 \\
1 & 2 & 0 & 1 & 6
\end{array}
$$

シンプレックス・タブロー

相対コスト係数$\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}{}_{\mathrm{N}} - \pi^{\mathrm{T}}\mathrm{N} = \boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}{}_{\mathrm{N}} - \boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}{}_{\mathrm{B}}\mathrm{B}^{-1}\mathrm{N}$

	-1	-1	0	0	0
x_3	3	2	1	0	12
x_4	1	2	0	1	8

－(目的関数値)

$= -\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}{}_{\mathrm{B}}\mathrm{B}^{-1}\boldsymbol{b}$

$\mathrm{B}^{-1}\boldsymbol{b}$

$= \boldsymbol{x}_{\mathrm{B}}$

$\mathrm{B}^{-1}\mathrm{A}$

$\mathrm{B}^{-1}\mathrm{N}$

-2	-6	-2	0	0	-32
1	2	0	1	0	12
1	4	2	0	1	20

２. (1)　目的関数の値：32

基底変数：x_4, x_5

非基底変数：x_1, x_2, x_3

２. (2)　基底解：$\boldsymbol{x} = (0,0,0,12,20)^T$

-2	-6	-2	0	0	-32
1	2	0	1	0	12
1	$\boxed{4}$	2	0	1	20

$12/2 = 6$

$20/4 = 5$

２. (3)　基底に入る変数: x_2

２. (4)　x_2は最大５まで大きくできる
x_5の値が０になる

２. (5)　基底から出る変数: x_5

2. (6)

-2	-6	-2	0	0	-32
1	2	0	1	0	12
1	$\boxed{4}$	2	0	1	20

$$\downarrow$$

-1/2	0	1	0	3/2	-2
1/2	0	-1	1	-1/2	2
1/4	1	1/2	0	1/4	5

２. (7)

-1/2	0	1	0	3/2	-2
1/2	0	-1	1	-1/2	2
1/4	1	1/2	0	1/4	5

目的関数の値:2

基底変数:x_2, x_4

非基底変数:x_1, x_3 , x_5

基底解:$\boldsymbol{x}=(0,5,0,2,0)^{\mathrm{T}}$

	-1	-1	0	0	0
x_3	$\boxed{3}$	2	1	0	12
x_4	1	2	0	1	8

12/3=2

8/1=8

	0	-1/3	1/3	0	4	
x_1	1	2/3	1/3	0	4	6
x_4	0	$\boxed{4/3}$	-1/3	1	4	3

	0	0	1/4	1/4	5	
x_1	1	0	1/2	-1/2	2	最適解
x_2	0	1	-1/4	3/4	3	

３. (1)　製品A,Bの生産量を$x_1$kg, $x_2$kgとする。

製品Aの利益:$7x_1$万円

(2)　目的関数: $7x_1 + 12x_2 \longrightarrow$ 最大

(3)　製品Aによる原料M_1の使用量:$9x_1$kg

(4) 原料M_1の使用可能量に関する制約条件

$$9x_1 + 4x_2 \leqq 360$$

３．(5)　製品A,Bの生産量を$x_1$kg, $x_2$kgとする。

目的関数：$7x_1 + 12x_2 \longrightarrow$ 最大

制約条件：

$$9x_1 + 4x_2 \leqq 360$$

$$4x_1 + 5x_2 \leqq 200$$

$$3x_1 + 10x_2 \leqq 300$$

$$x_1 \geqq 0,\ x_2 \geqq 0$$

３．(6)

＜標準形＞

目的関数：$-7x_1 - 12x_2 \longrightarrow$ 最小

制約条件：

$$
\begin{aligned}
9x_1 + 4x_2 + x_3 \quad\quad\quad &= 360 \\
4x_1 + 5x_2 \quad + x_4 \quad &= 200 \\
3x_1 + 10x_2 \quad\quad + x_5 &= 300
\end{aligned}
$$

$$x_1 \geqq 0 \,,\, x_2 \geqq 0 \,,\, x_3 \geqq 0 \,,\, x_4 \geqq 0 \,,\, x_5 \geqq 0$$

初期実行可能解

-7	-12	0	0	0	0	
9	4	1	0	0	360	90
4	5	0	1	0	200	40
3	10	0	0	1	300	30

-3.4	0	0	0	1.2	360	
7.8	0	1	0	-0.4	240	30.77
2.5	0	0	1	-0.5	50	20
0.3	1	0	0	0.1	30	100

-3.4	0	0	0	1.2	360	
7.8	0	1	0	-0.4	240	30.77
2.5	0	0	1	-0.5	50	20
0.3	1	0	0	0.1	30	100

0	0	0	1.36	0.52	428
0	0	1	-3.12	1.16	84
1	0	0	0.4	-0.2	20
0	1	0	-0.12	0.16	24

最適解

$x_1 = 20$

$x_2 = 24$

製品A：20kg　製品B：24kg　利益：428万円

３. (7)　双対問題

目的関数: $360w_1 + 200w_2 + 300w_3 \longrightarrow$ 最小

制約条件: $9w_1 + 4w_2 + 3w_3 \geqq 7$

$$4w_1 + 5w_2 + 10w_3 \geqq 12$$

$$w_1 \geqq 0,\ w_2 \geqq 0,\ w_3 \geqq 0$$

３. (8)

原料M1,M2,M3がそれぞれ360kg,200kg,300kgあるとき、各原料の最低購入価格を求める問題。

３. (9)　$w_1 = 0,\ w_2 = 1.36,\ w_3 = 0.52$